

HEINAL OSWIATOWY

NR 4/172
2018

Miesięcznik Małopolskiego Centrum Doskonalenia Nauczycieli

www.mcdn.edu.pl

Ukazuje się od 1992 r.

ISSN 1233-7609



Podniesienie jakości edukacji
matematycznej i przyrodniczej

Od redakcji 3

Zagadnienia oświatowo-edukacyjne

Zbigniew Powązka , Jaką matematykę odkrywamy w krakowskich szopkach ...	3
Witold Pająk , Przyczyny trudności i zalecenia do pracy z uczniem mającym trudności w uczeniu się matematyki – spojrzenie nauczyciela liceum	6
Tadeusz Marczewski , Do kwadratu! Ciekawie!	9
Maria Legutko , Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki dla ulepszania szkolnej matematyki	12
Jolanta Czuchnowska , Tradycja czy nowoczesność, czyli jak efektywnie nauczać przedmiotów przyrodniczych	14
Grzegorz Hudziak , Moje sposoby na osvajanie uczniów z chemią	17
Piotr Olejniczak , Geoedukacja – Muzeum jako narzędzie dla nauczycieli	19
Rafał Sworst , Edukacja w Muzeum Inżynierii Miejskiej	21

Konteksty i inspiracje

Urszula Sajewicz-Radtke , Skuteczne techniki uczenia się	23
---	----

Z naszych doświadczeń – przykłady dobrej praktyki

Bożena Lasko, Renata Koziół, Monika Senderak, Piotr Kwiek , Nauczanie przedmiotów przyrodniczych w V LO w Tarnowie	30
---	----

Książki warte polecenia

Marzena Sula-Matuszkiewicz , Nauczanie przedmiotów matematyczno-przyrodniczych w szkole	32
--	----

Kobiety w polskiej pedagogice i edukacji

Marta Jesioneck , Józefa Franciszka Joteyko	33
--	----

Felietony o dziecku

Alicja Janiak , Dziecko jest piękne	35
--	----

Informacje i komunikaty

Konferencja w ramach VII Salonu Wydawców „Między kredą a smartfonem. Inspirować o nauczaniu przedmiotów matematyczno-przyrodniczych” – fotogaleria	36
--	----

Wydawca:
Małopolskie Centrum Doskonalenia Nauczycieli

Rada Wydawnicza:
Jarosław Chodźko (przewodniczący), Jolanta Adamczyk, Cezary Burtak, Małgorzata Dutka-Mucha, Tadeusz Szczeklik

Rada Redakcyjna:
prof. dr hab. Stanisław Palka (przewodniczący) – UJ, dr hab. Krystyna Ablewicz prof. UJ, dr hab. Władysław Błasiak prof. UP, SWPW, Lech Gawryłow – OKE w Krakowie, dr Krzysztof Gerc – UJ, dr hab. Jolanta Karbownik prof. Ignatianum, dr Iwona Ocetkiewicz – UP, dr hab. Teresa Olearczyk prof. KA, prof. dr hab. Marian Śnieżyński – UPJP2

Redaguje zespół w składzie:
Daria Grodzka (redaktor naczelna), dr hab. Małgorzata Kaliszewska prof. UJK, Joanna Peter (OKE w Krakowie), Marzena Sula-Matuszkiewicz (PBW w Krakowie), Halina Wesołowska (wicedyrektor MCDN), Sylwester Kopeć (sekretarz redakcji) oraz zespół nauczycieli konsultantów: dr Ilona Dudzik-Garstka, dr Małgorzata Jaśko, Mariola Kozak, Elżbieta Łęcznarowicz, Wojciech Papaj

Opracowanie materiałów i korekta:
Zofia Wyżlińska

Redaktor naczelna:
Daria Grodzka
tel.: (12) 61 71 111; fax: (12) 623 77 41
d.grodzka@mcdn.edu.pl

Adres redakcji:
Redakcja „Hejnału Oświatowego”
ul. Lubelska 23 (MCDN)
30-003 Kraków
tel.: 12 61 71 111; fax: 12 623 77 41
<http://hejnaloswiatowy.mcdn.edu.pl/>

Warunki przyjmowania materiałów:
Materiały do publikacji należy przesłać na adres redaktor naczelnej: d.grodzka@mcdn.edu.pl
Tekst: o objętości do 10 tys. znaków ze spacjami, format Word for Windows, czcionka Times New Roman; rozmiar czcionki 12; odstęp wiersza 1,5; wymagany tytuł i krótkie wprowadzenie – lead; krótka informacja o autorze; przypisy i bibliografia zamieszczone pod tekstem.

Recenzją objęto materiały z działu: „Dydaktyka i wychowanie – teoria i badania”.

Redakcja zastrzega sobie prawo do adiestacji i dokonywania zmian formalnych w artykułach. Redakcja nie zwraca nadesłanych materiałów oraz zastrzega sobie odmowę publikacji materiału bez podania przyczyny.

Przedruk materiałów publikowanych w „Hejnale Oświatowym” bez zgody wydawcy jest zabroniony. Zakaz nie dotyczy cytowania publikacji z powołaniem na źródło.

Czasopismo ukazuje się w wersji papierowej (wersja pierwotna) oraz on-line.

Nakład 1000 egzemplarzy

Skład i druk: Digital Art Studio

ISSN 1233-7609

Od redakcji

Szanowni Czytelnicy

Podniesienie jakości edukacji matematycznej, przyrodniczej i informatycznej Ministerstwo Edukacji Narodowej uznało w tym roku szkolnym za jeden z podstawowych kierunków realizacji polityki oświatowej państwa. Poświęcamy temu zagadnieniu większość artykułów w bieżącym numerze „Hejnału Oświatowego”.

Nasz pierwszy tekst zachęca do spojrzenia na matematykę jako dziedzinę, która może inspirować zarówno ucznia, jak i nauczyciela. Matematyka, fizyka czy chemia to przedmioty, które często sprawiają uczniom trudności, ale autorzy artykułów pokazują, jak je przezwyciężać i przedstawiają możliwości realizacji ciekawych zajęć edukacyjnych w szkole i poza szkołą. Prezentują muzea jako miejsca wspomagające nauczycieli w ich codziennej pracy, umożliwiające bezpośredni kontakt uczniów z eksponatami, instytucje, w których nauczyciel otrzymuje wsparcie od specjalisty w różnych zagadnieniach. Zapraszamy do zapoznania się z przykładami dobrych praktyk w tym zakresie.

Polecamy tekst prezentujący skuteczne techniki uczenia się. Jak pisze autorka rozumiemy, że uczenie się to ważna umiejętność, ale nie każdy z nas wie, jak uczyć się skutecznie. „Wielu uczniów korzysta z zupełnie nieskutecznych technik, a przez to doświadcza frustracji i niepowodzeń”.

W numerze kontynuujemy cykl artykułów o kobietach odgrywających istotną rolę w polskiej pedagogice, ponadto proponujemy do przeczytania tekst o skutecznych technikach uczenia się oraz felieton poświęcony dziecku.

Zachęcamy do upowszechniania informacji z „Hejnału” wśród koleżanek i kolegów – nauczycieli, do dzielenia się tym, co Państwo przeczytaliście.

W imieniu całej redakcji życzę miłej lektury



Daria Grodzka
redaktor naczelna
miesięcznika
„Hejnał Oświatowy”

Jaką matematykę odkrywamy w krakowskich szopkach¹

DR ZBIGNIEW POWĄŻKA

Znany matematyk polski Hugo Steinhaus pozostawił nam zdanie: „Między duchem a materią pośredniczy matematyka”.

Słowa Hugo Steinhausa pragnę uczynić mottem mojego artykułu. Wynika z nich, że jest tam również miejsce na ciekawą matematykę, która może inspirować tak ucznia, jak i nauczyciela. Nie jest jednak łatwo sprostac temu wyzwaniu, ponieważ pojęcie ciekawości nie jest jednoznacznie sformułowane i ma charakter subiektywny. *Słownik psychologii*² określa ją jako tendencję do poszukiwania nowości. Psycholodzy uważają, że problem polega na trudności odróżnienia tego, co wynika z ciekawości od tego, co jest motywowane prostą eksploracją otoczenia. Może się więc zdarzyć, że to co w zadaniu matematycznym ciekawi nauczyciela, nie jest interesujące dla jego uczniów. Sztuka nauczania polega zatem na znalezieniu takich problemów, które inspirują uczniów do aktywności i rozwijania matematycznego myślenia.

Przez matematyczne myślenie rozumiemy tu dynamiczny proces, który rozszerza nasze rozumienie, gdyż pozwala nam radzić sobie z coraz bardziej złożonymi ideami³. Impulsem bywa często zagadka lub zadziwienie sytuacją z życia codziennego, np. interesujący element przyrody, budowla lub jej fragment, albo jakiś inny wytwór ludzkiego działania. Zauważmy w tym miejscu, że zainteresowanie jest ważnym elementem matematycznej działalności, ale nie jedynym. Powinno mu towarzyszyć zaangażowanie, medytacja, kontynuacja obserwacji, ostrożny sceptycyzm, kontemplacja...

Korzystając z faktu, że jesteśmy w Krakowie, pragnę zaproponować jako źródło matematycznej inspiracji krakowskie szopki. Są one połączeniem architektury faktu, gdyż ich twórcy czerpią swe pomysły ze wspaniałej architektury naszego miasta, z architekturą zabawy, ponieważ pomysły te realizowane są przy pomocy tektury, kolorowego papieru, sreber lub staniolu. Krakowska szopka jest zatem zderzeniem powagi

autentyku i wytworu ludzkiej fantazji. Jak zauważył prof. Zin: „Baśniowy świat stworzony przez wizjonerów spotyka rzeczywistość popartą majestatem historii”⁴. Postaram się wskazać elementy matematyczne pojawiające się w krakowskich szopkach.

Z historii krakowskich szopek

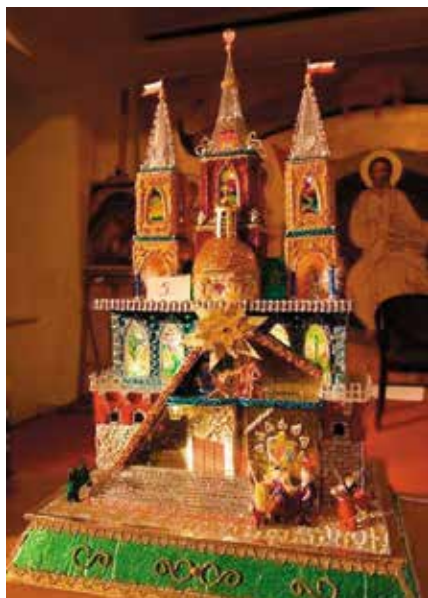
Zwyczaj inscenizowania figuralnych przedstawień, ukazujących wydarzenia związane z narodzeniem Chrystusa, wywodzi się z wczesnego średniowiecza i został upowszechniony w całej Europie w XIII w. za sprawą św. Franciszka, który w 1223 r., w Greccio, wykorzystując naturalną scenerię i zwierzęta, ukazał historię narodzin Jezusa w betlejemskiej grocie. Przedstawienia te, zwane w naszym kraju jasełkami, organizowane były początkowo w kościołach i klasztorach. Obok religijnych treści zaczęto z czasem wprowadzać elementy świeckie.

Od XVI w. pojawia się w Polsce wędrowną formą przedstawień jasełkowych (lalkowych lub aktorskich), w których do uniwersalnych dotąd treści ewangelicznych zaczęto wprowadzać akcenty specyficznie polskie, o patriotycznej wymowie. W XVIII w. występują szopki o specjalnie stworzonej scenerii architektonicznej. Jest tu scena i prosceńium, a na trzecim planie ustawiono, we wnęce przykrytej dachem, nieruchome figurki Świętej Rodziny. Z obydwu stron stajenki zjawiają się jakby alkierze zwieńczone dachami, w których można dopatrzeć się reminiscencji polskich dachów łamanych.

W pracy⁵ znajduje się opis szopki datowany na 1808 r. W niej stajenka znajduje się między dwiema wieżyczkami. W okienkach wieżyczek świeciły się świece. Można ją uznać za początek krakowskich szopek. W drugiej połowie XIX w. wykształciły się cechy architektoniczne wyraźnie odróżniające szopki wykonywane w Krakowie od in-

nych. Wpłynęły na to wzorce zabytków krakowskich. Stylowa ich różnorodność dostarczała twórcom bogatego źródła inspiracji. Twórcami szopek byli murarze i pracownicy budowlani z przedmieść Krakowa. Sezonowość ich zawodu sprzyjała szukaniu dodatkowych źródeł zarobku w okresie jesienno-zimowym. Długie jesienne i zimowe wieczory zachęcały do działalności twórczej. Triumfowi ich wytworów sprzyjał tolerancyjny stosunek władz austriackich, mecenat elit oraz współzawodnictwo twórców. Twórcą najbardziej dojrzałej architektonicznie formy był Michał Ezenekier – murarz i kaflarz z Krowodrzy. Stworzona przez niego szopka stanowi do dziś wzór i swoisty kanon. Datowana jest na lata 90. XIX w. i znajduje się w Muzeum Etnograficznym w Krakowie.

Jedną z ważnych tradycji naszego miasta jest doroczny **konkurs szopek**, który odbywa się w grudniu od 1937 r. z przerwą na okres niemieckiej okupacji Krakowa. Gromadzi on corocznie wielu widzów, a autorami oraz wykonawcami szopek są również dzieci i młodzież rozmówiana w pięknie architektury naszego miasta. Na zdjęciu poniżej szopka nagrodzona w 2017 r. w kategorii szopek rodzinnych, wykonana przez trzy dziewczynki w wieku 5, 8, 11 lat i ich mamę.



Szopka rodziny Autora, wyróżniona w konkursie w 2017 r., fot. Z. Powązka

Elementy matematyczne w krakowskich szopkach

Krakowskie szopki zachwycają harmonią, symetrią, kolorystyką oraz doborem szczegółów. Nasuwa się pytanie:

czy istnieje jakiś ich związek z matematyką, lub czy można mówić o matematyce szopek krakowskich? Spróbujemy odpowiedzieć na te pytania w oparciu o pracę J. Podleckiego, W. Zina⁶.

Oczywiście nie należy przypuszczać, że twórcy szopek świadomie wykorzystywali w swych dziełach elementy matematyki. Zapewne nie myśleli o zastosowaniu grup symetrii, złotej proporcji, własności wielościanów, twierdzeń o sposobach parkietowania płaszczyzny. Pracowali jak średniowieczni budowniczowie gotyckich katedr, choć w zupełnie innej skali i okresie historii. Wykorzystywali przy tym przede wszystkim własną intuicję i zmysł estetyczny oraz wrodzone lub nabyte zdolności.

Patrząc na krakowską szopkę oczami matematyka, dostrzegamy przede wszystkim zagadnienia **symetrii**. Przez symetrię rozumie się tu, podobnie jak w przyrodzie, posiadanie własności właściwie ukształtowanej proporcji. Omawiana tu symetria nie musi być idealnie matematyczna, ale zgodnie z książką⁷ jej piękno tkwi w fakcie, że nieskrystalizowane pojęcie symetrii oznacza harmonię proporcji. Prawie wszystkie szopki są osiowo symetryczne. Symetrie pojawiają się również w poszczególnych elementach konstrukcji, takich jak: wieże, kopuły oraz rozety występujące w szopkach. Są one wzorowane na elementach architektury Krakowa, najczęściej Kościoła Mariackiego i Wawelu.

Drugim matematycznym pojęciem związanym z szopkami jest proporcjonalność, a w szczególności złota proporcja. Dotychczas nie wykonywano dokładnych pomiarów w celu stwierdzenia jakichś regularności. Można tylko przypuszczać, że konstruktorzy szopek starali i starają się zachować proporcje kopiowanych elementów architektonicznych. Wiadomo, że proporcje budowlane gotyckich są inne niż renesansowych. W wieżach kościołów gotyckich nie znajdziemy złotej proporcji. Natomiast złota proporcja może pojawiać się w kopii Kaplicy Zygmuntowskiej i innych akcentach renesansowych.

Interesującym ćwiczeniem dla uczniów mogłoby być planowanie różnych elementów architektury, np. maswerków, wieloliści lub rozet okiennych, albo porównywanie budowli w stylu gotyckim i renesansowym. Przypomnijmy, że maswerk to dekoracyjny, geometryczny element architektoniczny odcuty z kamienia lub

zrobiony z cegieł, używany do wypełnienia górnej części gotyckiego okna. Początkowo była to kombinacja kół, sześcioliści oraz łuków ostrych. W gotyku dojrzałym i późnym zaczęto stosować motyw rybiego pęcherza oraz cztero- i trójliscia. Maswerkowi towarzyszy często laskowanie, tzn. dekoracja złożona z wąskich, pionowych prętów (lasek) o zróżnicowanym profilu, wypełniających otwór drzwiowy lub okienny, połączonych w części górnej łukami. Natomiast wieloliść zbudowany jest z łuków okręgów kolejno stykających się do siebie.



Okno gotyckie z maswerkiem i wieloliściem, fot. Z. Powązka

W następnej części tekstu podamy kilka zadań związanych z konstruowaniem elementów architektury szopek. Takie ćwiczenia ukazują związki matematyki ze sztuką⁸.

Kolejnym akcentem matematycznym w szopkach są **mozaiki i parkietaże**. Są one budowane z płytek kwadratowych, prostokątnych lub rombów, gdyż takiego kształtu posadzki występują na ogół w krakowskich kościołach. Przy analizowaniu tego zagadnienia warto rozważyć różne problemy związane z układaniem parkietu⁹.

Wskazówki dydaktyczne

W nowej podstawie programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podsta-

wowej¹⁰ wskazano dla ośmioklasowej szkoły podstawowej 13 celów kształcenia. Czytamy m.in., że: „Kształcenie ogólne w szkole podstawowej ma na celu:

- 1) wprowadzanie uczniów w świat wartości, w tym... patriotyzmu i szacunku dla tradycji, wskazywanie wzorców postępowania i budowanie relacji społecznych, sprzyjających bezpiecznemu rozwojowi ucznia (rodzina, przyjaciele);
- 2) wzmacnianie poczucia tożsamości indywidualnej, kulturowej, narodowej, regionalnej i etnicznej;
- 4) rozwijanie kompetencji, takich jak: kreatywność, innowacyjność i przedsiębiorczość;
- 7) rozbudzanie ciekawości poznawczej uczniów oraz motywacji do nauki;
- 10) wszechstronny rozwój osobowy ucznia przez pogłębianie wiedzy oraz zaspokajanie i rozbudzanie jego naturalnej ciekawości poznawczej;
- 13) ukierunkowanie ucznia ku wartościami”.

Wynika stąd, że w procesie dydaktycznym warto sięgać do zagadnień związanych ze zwyczajami regionalnymi, jakimi są, bez wątpienia, krakowskie szopki. Przy tej okazji pojawiają się również pewne elementy matematyki. Wykorzystywanie takich sytuacji sprzyja rozwijaniu najważniejszych umiejętności z przywołanej wyżej nowej podstawy programowej..., do których, obok czytania i komunikowania się w języku ojczystym, zalicza się m.in. także *sprawne wykorzystywanie narzędzi matematyki w życiu codziennym, a także kształcenie myślenia matematycznego*.

Odnotujmy w tym miejscu, że w omawianym dokumencie kładzie się nacisk na stosowanie w nauczaniu metody projektu. Zdaniem prawodawcy metoda ta „pomaga rozwijać u uczniów przedsiębiorczość i kreatywność oraz umożliwia stosowanie w procesie kształcenia innowacyjnych rozwiązań programowych, organizacyjnych lub metodycznych”. Wydaje się, że tworzenie szopek lub analiza ich konstrukcji nadaje się do zastosowania tej metody.

Omawiana podstawa programowa... w charakterystyce matematyki zwraca uwagę na fakt, że „matematyka jest nauką, która dostarcza narzędzi do poznawania środowiska i opisu zjawisk dotyczących różnych aspektów działalności człowieka. ...rozwiązywanie typowych

i nietypowych problemów, którym trzeba stawić czoła w różnych etapach życia, staje się łatwiejsze dzięki umiejętnościom kształconym przez matematykę. ...Ostatnie lata szkoły podstawowej to w przypadku matematyki czas na wprowadzenie takich pojęć i własności, które pozwolą na doskonalenie myślenia abstrakcyjnego, a w konsekwencji na naukę przeprowadzania rozumowań i poprawnego wnioskowania w sytuacjach nowych, a także dotyczących zagadnień złożonych i nietypowych”.

Szopka krakowska w swym aspekcie architektonicznym jest figurą geometryczną i do jej tworzenia twórcy stosują bardziej czy mniej świadomie konstrukcje geometryczne. Warto o tym pamiętać w nauczaniu matematyki na różnych poziomach.

Warto sięgać do bogatej tradycji i kultury również na lekcjach matematyki.

Oto kilka matematycznych zadań, które można zaproponować uczniom, np. po odwiedzeniu wystawy szopek.

1. Zaprojektuj rozetę zawierającą gwiazdę:
 - a) sześcioramienną,
 - b) ośmioramienną.
2. Zaprojektuj rozetę mającą 2, 4, 6, 8 osi symetrii.
3. Narysuj figurę zbudowaną z łuków trzech okręgów o tych samych promieniach, parami stycznych zewnętrznie. Jaką figurę wyznaczają środki tych okręgów i jakie są długości boków tej figury?
4. Narysuj figurę zbudowaną z łuków trzech okręgów o tym samym promieniu przecinających się w jednym punkcie. Jaką figurę wyznaczają środki tych okręgów i jakie są długości boków tej figury?
5. Narysuj figurę zbudowaną z łuków czterech okręgów o tym samym promieniu, stychnych zewnętrznie do siebie. Jaką figurę wyznaczają środki tych okręgów i jakie są długości boków tej figury?
6. Narysuj figurę zbudowaną z łuków czterech okręgów o tym samym promieniu, przecinających się. Jaką figurę wyznaczają środki tych okręgów i jakie są długości boków tej figury?
7. Zauważ, że w rozwiązaniu ćwiczeń 3 lub 4 otrzymujemy różne trójkąty,

a w ćwiczeniach 5 oraz 6 otrzymujemy czterościany. Zaproponuj konstrukcję sześciokąta.

8. Fronton kościoła Mariackiego zdobią dwie wieże. Wyższa z nich (z niej rozbrzmiewa hejnał) ma wysokość 81 metrów. W Muzeum Etnograficznym w Krakowie znajduje się wspomniana powyżej szopka Ezenekiera, która ma wysokość 220 cm. Ile razy szopka ta jest niższa od wskazanej wieży Mariackiej?

W wielu szopkach pojawia się makieta Kaplicy Zygmuntowskiej. Oto zadania zaczerpnięte z książki¹¹:

9. Jaki kształt mają okna w części zwanej bębniem, a jaki w latarni? Na niej wspiera się korona.
10. Nazwij figury geometryczne widoczne w szopce.
11. Prostokątna podstawa szopki została pokryta przystającymi kwadratami w kolorze złotym i srebrnym w taki sposób, że ich przekątne są równoległe do boków prostokąta. Złote kwadraciki są ułożone obok siebie, stykając się wierzchołkami. W 9 rzędach jest po 14 kwadracików w każdym. Między nimi znajdują się srebrne kwadraciki. Kwadraciki w zewnętrznych rzędach stykają się wierzchołkiem z bokami prostokąta. Łuki między bokami prostokąta i złotymi kwadracikami są wypełnione częściami srebrnych kwadracików. Wiedząc, że przekątna każdego z kwadracików ma długość 2 cm, oblicz:
 - a) Długości boków i pole prostokąta w podstawie szopki.
 - b) Liczbę złotych i srebrnych kwadracików.
 - c) Długość boku każdego kwadracika.
12. W szopce z zadania 11 znajduje się balkonik w kształcie prostokąta o wymiarach 20 x 32 cm. Jaka jest skala podobieństwa prostokąta w podstawie szopki i prostokąta będącego podstawą balkoniku?

Szopki mogą też służyć jako pomoce dydaktyczne do nauki rachunków już na poziomie wczesnoszkolnym. Liczba wież, okien w wieżach i innych detalach może być pretekstem do nauki o liczbach i ich porównywaniu. Świadczyć o tym również ostatnie ćwiczenia powyższego zestawu. Sądzę, że warto sięgać do bogatej tradycji i kultury również na lekcjach matematyki.

Słowa kluczowe: matematyka, krakowskie szopki.

PRZYPISY:

- ¹ Artykuł jest wersją wykładu wygłoszonego przez autora na konferencji „Ciekawa matematyka inspiracją dla ucznia i nauczyciela”, zorganizowanej 14 grudnia 2017 r. przez Tadeusza Marczewskiego w MCDN ODN w Krakowie.
- ² A. S. Reber, E. S. Reber, *Słownik psychologii*, Warszawa 2005, s. 123.
- ³ J. Mason, L. Burton, K. Stacey, *Myslenie matematyczne*, Warszawa 2005, s. 154.
- ⁴ J. Podlecki, W. Zin, *Kraków – rzeczywistość i fantazja*, Kraków 1983, s. 33.
- ⁵ J. Mason, L. Burton, K. Stacey, dz. cyt., s. 36.
- ⁶ Z. Pogoda, *Matematyka szopki krakowskiej*, Zeszyty Naukowe PWSZ, Nowy Sącz 2013, s. 145–154.
- ⁷ H. Weyl, *Symetria*, Warszawa 1997.
- ⁸ W. Guzicki, *Geometria maswerków gotyckich*, Biblioteka Stowarzyszenia na rzecz Edukacji Matematycznej, Kraków 2011.
- ⁹ M. Szurek, *Opowieści matematyczne*, Warszawa 1987.
- ¹⁰ Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dn. 14.02.2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, Dz.U. z dn. 24.02.2017 poz. 356, Załącznik 2.
- ¹¹ Z. Powązka, M. Powązka, D. Długosz, G. Stanecka, *Trzeci stopień wtajemniczenia. Geometryczne przygody*, Bielsko-Biała 2001.

BIBLIOGRAFIA:

- Guzicki W.: *Geometria maswerków gotyckich*. Kraków: Biblioteka Stowarzyszenia na rzecz Edukacji Matematycznej, 2011. ISBN 9788372675088.
- Mason J., Burton L., Stacey K.: *Myslenie matematyczne*. Warszawa: WSiP, 2005. ISBN 83-02-09306-8.
- Podlecki J., Zin W.: *Kraków – rzeczywistość i fantazja*. Kraków: KAW, 1983. ISBN 83-03-00204-X.
- Pogoda Z.: *Matematyka szopki krakowskiej*. Zeszyty Naukowe PWSZ. Nowy Sącz 2013. ISBN 978-83-63196-46-2.
- Powązka Z., Powązka M., Długosz D., Stanecka G.: *Trzeci stopień wtajemniczenia. Geometryczne przygody*. Bielsko-Biała: Kleks, 2001. ISBN 8371941811.
- Reber A. S., Reber E. S.: *Słownik psychologii*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe SCHOLAR, 2005. ISBN 83-7383-119-3.
- Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dn. 14.02.2017 w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, Dz.U. z 24.02.2017 poz. 356, Załącznik 2.
- Szurek M.: *Opowieści matematyczne*. Warszawa: WSiP, 1987. ISBN 83-02-02247-0.
- Weyl H.: *Symetria*. Warszawa: Prószyński i S-ka, 1997. ISBN 83-7180-139-4, 83-7180-139-0.

* * *

Dr Zbigniew Powązka jest emerytowanym pracownikiem naukowo-dydaktycznym Uniwersytetu Pedagogicznego im. KEN w Krakowie. Był starszym wykładowcą w Katedrze Dydaktyki i Podstaw Matematyki UP w Krakowie.

Centrum Nauki Kopernik: Dla nauczycieli

Centrum Nauki Kopernik w Warszawie inspiruje do obserwacji, doświadczania, zadawania pytań i poszukiwania odpowiedzi.

Uczeniu się w Koperniku sprzyjają różnorodne przestrzenie edukacyjne, a współ-

praca ze środowiskiem edukacyjnym jest priorytetem. CNK zachęca do zapoznania się z programem, odwiedzania Kopernika i planetarium oraz do udziału w warsztatach i zapisywania się na newsletter.

Więcej na: <http://www.kopernik.org.pl/dla-nauczycieli/>



Fot. arch. redakcji

Przyczyny trudności i zalecenia do pracy z uczniem mającym trudności w uczeniu się matematyki – spojrzenie nauczyciela liceum

— DR WITOLD PAJĄK —

Poniższy tekst dotyczy przyczyn trudności, na jakie napotykają uczniowie liceum w nauce matematyki – ich genezy oraz sposobów pomocy w ich przezwyciężaniu. Artykuł ma charakter ogólny i jest głównie wynikiem przemyśleń i doświadczeń autora z długoletniej pracy w tego typu szkole.

Z. Krygowska¹ wyróżnia następujące przyczyny trudności uczniów w uczeniu się matematyki:

- Trudności tkwiące w samej matematyce,
- Trudności wynikające z warunków pracy w szkole i niedociągnięć dydaktyki (np. zbyt liczne klasy i niemożność efektywnego indywidualizowania procesu nauczania, mało pomocy dydaktycznych),

- Trudności uczniów i ich niepowodzenia związane z wadami programu.

Opierając się na moich ponad 25-letnich obserwacjach, proponuję podzielić przyczyny trudności w inny sposób:

1) Przyczyny niezwiązane bezpośrednio z samym uczniem, choć wpływające na powstawanie problemów w nauce matematyki:

- a. system edukacji w Polsce (np. programy nauczania, system egzaminowania, ogólne oczekiwania stawiane szkole),
- b. system kształcenia nauczycieli,
- c. korelacja działań nauczyciela i nadzoru pedagogicznego w konkretnej szkole,
- d. postawa rodziców,
- e. kreowanie wizerunku oraz oczekiwań wobec szkoły poprzez media, władze samorządowe i polityczne,
- f. specyfika matematyki jako dziedziny nauki,
- g. zaangażowanie i praca samego nauczyciela matematyki,
- h. organizacja pracy w szkole (np. umiejscowienie matematyki w podziale godzin, straty lekcji).

Nauczyciel ma ograniczony wpływ na czynniki zewnętrzne, może jednak w tym zakresie starać się być dobrze przygotowanym pod względem merytorycznym i pedagogiczno-psychologicznym, może próbować właściwie kreować stosunki międzyludzkie w szkole.

Trudności wynikające ze specyfiki samej matematyki są uwarunkowane jej abstrakcyjną naturą. Niewątpliwie trudności odnoszą się do jej języka (wyrażanego przez specjalistyczną symbolikę i nowe pojęcia) oraz metody (czyli prowadzenie rozumowań). Wymaga to zatem nie tylko odmiennych metod pracy na lekcji, ale i innego nastawienia i sposobu pracy niż na pozostałych przedmiotach szkolnych.

Do najczęściej obserwowanych przez mnie błędów nauczycielskich (wielokrotnie usprawiedliwionych) także przyczyniających się do pojawiania się trudności u uczniów (na ogół u tych, o mniejszych aspiracjach matematycznych), zaliczyłbym:

- 1) zadawanie zbyt mało zadań domowych,
- 2) za szybkie wchodzenie w schemat,
- 3) przywiązywanie zbyt mało uwagi do pojęć matematycznych, do definiowania, rozumowań, rozumienia

tekstu matematycznego itp. (czyli do aktywności i postaw),

- 4) marnotrawienie czasu (np. po egzaminach zewnętrznych w szkole gimnazjalnej i podstawowej),
- 5) uczenie nastawione głównie pod wyniki egzaminów.

Ważnym elementem współczesnej szkoły utrudniającym właściwą pracę ucznia są niestety korepetycje – obserwuję, jak niszczy zapał, chęć pracy i są nierzadko nastawione na zdobywanie ocen poprzez wyuczanie gotowych schematów i typów zadań. Zbyt często widzę uczniów, którzy na lekcji po prostu tylko są – ale ich myśli krążą zupełnie gdzie indziej. Zwróćmy uwagę w tym momencie na fakt, że obecna szkoła podstawowa jest szkołą obowiązkową (czyli przymusową), którą każdy uczeń powinien generalnie ukończyć. Natomiast szkolnictwo ponadpodstawowe jest już nakierowane na szkoły do wyboru – a więc uczeń wcale nie musi uczęszczać do liceum czy technikum.

2) Przyczyny odnoszące się do samego ucznia:

- a. motywacja do nauki w ogóle, do samej matematyki (w tym aspiracje matematyczne), do szkoły, do obowiązków (np. do wykonywania zadań domowych),
- b. predyspozycje psychofizyczne, tzn. np. umiejętność zapamiętywania, kojarzenia faktów, przechodzenia na kolejne etapy abstrakcji.

Nauczyciel w szkole może starać się tylko w ograniczonym zakresie przełamywać trudności uczniów w uczeniu się i rozumieniu matematyki – zauważam, że jest to bardzo trudne i dla wielu uczniów krótkotrwałe.

Ważnym problemem są wymagania edukacyjne, które nauczyciele formułują i potem wymagają od uczniów. Jeśli nadmiernie przywiązuje się wagę do wymagań szczegółowych (tzn. do bardzo konkretnych umiejętności matematycznych – „uczeń potrafi sporządzać wykres funkcji kwadratowej”, „uczeń potrafi stosować wzory skróconego mnożenia” itp.) to z gruntu rzeczy ma to charakter krótkotrwały – czy uczeń kilka lat po ukończeniu szkoły (i niezajmujący się dziedzinami blisko matematyki) dalej ma umieć sporządzać wykres funkcji kwadratowej, stosować wzory skróconego mnożenia itp.? Myślę, że nie. Ale to wymaga:

- innego podejścia do egzaminów zewnętrznych (ze strony nadzoru pedagogicznego, rodziców, mediów itp.),

- położenia większej troski na cele dalsze, a więc na ogólne aktywności i postawy matematyczne (np. definiowanie, rozumowanie, abstrahowanie, rozumienie tekstu matematycznego – po prostu „myślenie matematyczne”).

Praca z uczniem napotyającym problemy w uczeniu się matematyki powinna być zatem wielokierunkowa, prowadzona przez nauczyciela matematyki, ale i pedagoga czy psychologa szkolnego w porozumieniu z rodzicami. Część merytoryczną oczywiście musi poprowadzić nauczyciel, ale część motywacyjną powinna należeć przede wszystkim do pedagoga czy psychologa, wspierana działaniami rodzica. Nader często spotykam uczniów, którzy mają wiele priorytetów, ale nauki matematyki tam nie ma. Uczeń ma czas na prawo jazdy, na kurs tańca, na basen, na oglądanie godzinami filmów, na serfowanie po internecie, na dyskoteki – ale kłopotem jest znalezienie czasu na wykonywanie zadań domowych, właściwe przygotowanie do lekcji. Na takim gruncie bardzo trudno o dobre rezultaty nauki, w tym matematyki. Motywacja może być oczywiście wytworzona sztucznie – „chcę być dobrym historykiem, więc muszę zdać maturę z matematyki”, „chcę być lepszy od mojego kolegi”, „chcę sprawić przyjemność moim rodzicom” itp.

Praca z uczniem napotyającym problemy w uczeniu się matematyki powinna być wielokierunkowa, prowadzona przez nauczyciela matematyki, ale i pedagoga czy psychologa szkolnego w porozumieniu z rodzicami.

W. W. Sawyer stwierdza: „Prawie każda nauka posiada swój cień, swoją imitację. Skłonny jestem sądzić, iż byłoby rzeczą zupełnie wykonalną nauczanie głuchoniemego dziecka gry na fortepianie. Uderzywszy w fałszywy klawisz spostrzegłoby ono, że jego nauczyciel marszczy czoło i powtórzyłoby jeszcze raz. Ale, rzecz jasna, nie miało by wyobrażenia o tym, co właściwie tu robi, ani też o tym, dlaczego niektórzy poświęcają długie godziny tym niezwykłym ćwiczeniom. Uczyłoby się bowiem imitacji muzyki. Czułoby też przed fortepianem lęk – zupełnie tak samo, jak większość uczniów odczuwa lęk przed tym, co uważa się za matematykę”².

Czy ucznia z brakiem możliwości matematycznych można nauczyć matematyki? W zakresie obowiązkowych treści szkoły podstawowej – w pewnym zakresie na pewno TAK. Jednak już w liceum (czyli w szkole własnego wyboru ucznia) takie nauczanie miałoby charakter świadomej fikcji ze strony nauczyciela. W tym momencie wkraczamy na ścieżkę „odpowiednich” oczekiwań wbrew faktycznie spełnionym wymaganiom.

Funkcjonują błędne przekonania wśród uczniów i rodziców, widoczne także w liceum, np.:

- „ja się nigdy tego nie nauczę”,
- „moi rodzice nie umieli matematyki, więc i ja nie mam szans”,
- „po co się uczyć wzorów, skoro są tablice?”,
- „ja chcę tylko ocenę pozytywną”.

Można krótko odpowiedzieć na powyższe wątpliwości: „a po co się uczyć słówek z j. angielskiego, skoro są słowniki?”, „nawet na najniższą ocenę pozytywną też trzeba się napracować i spełnić określone wymagania edukacyjne”, „po co wybrałeś taką szkołę?”

Zwróćmy jednocześnie uwagę, że „Uczenie się matematyki następuje u dziecka dzięki pokonywaniu trudności. Sytuacja trudna w matematyce pojawia się wówczas, gdy zachodzi zachwianie równowagi między oczekiwaniami zawartymi w zadaniu z możliwościami operatywnego stosowania dostępnych już i opanowanych narzędzi rozwiązywania danego zadania. (...) Uczeń pokonując trudności, opanowuje nowe definicje, twierdzenia, algorytmy, zazwyczaj na drodze rozwiązywania różnorodnych zadań, na drodze kolejnych asymilacji i akomodacji. Aby dziecko mogło pokonać trudności, musi się znajdować na odpowiednim poziomie rozwoju intelektualnego”³.

Powyższy cytat wskazuje także na warunek konieczny pokonania trudności – uczeń *musi się znajdować na odpowiednim poziomie rozwoju intelektualnego*. Aby przezwyciężać trudności uczeń powinien:

- 1) systematycznie pracować,
- 2) kierunkować swoją pracę na chęć zdobywania wiedzy, a nie na uczenie się dla Pani, dla rodzica, dla babci, dla oceny (czyli uczenie się nie „na pokaz”),
- 3) słuchać poleceń nauczyciela – tych bardzo szczegółowych (odnoszących

się do samej materii matematycznej), ale i tych o charakterze ogólnym (odnoszących się do sposobu pracy, zaangażowania),

- 4) wykonywać systematycznie ćwiczenia (nawet małymi „dawkami”).

Pomocą w przezwyciężaniu trudności mogą okazać się: nowa technologia (tzn. odpowiednie programy komputerowe, kalkulator graficzny) oraz dobre pomoce dydaktyczne (np. modele brył przestrzennych). Stosowanie (nowych) środków dydaktycznych powinno służyć przede wszystkim przybliżeniu uczniowi natury matematycznej, a nie zastępowaniu matematycznego myślenia. Błędem byłoby uznawanie obserwacji na modelach, w programach komputerowych za wystarczające poznanie matematyczne. Abstrakcyjny charakter matematyki wymaga mądrego rozumienia jej nauczania.

Pomoc uczniowi mającemu trudności w nauce musi być długofalowa, nie można w miesiąc nauczyć ucznia „matematycznego myślenia”.

Reasumując powyższe rozważania, proponuję, pracując z uczniem napotyającym na określone trudności w uczeniu się matematyki (na poziomie liceum), skupić się na następujących działaniach nakierowanych na ucznia:

- motywowanie (po uprzedniej diagnozie) – realizowane przez nauczyciela, ale mocno wspomagane przez rodzinę, pedagoga i psychologa szkolnego,
- ukazywanie matematyki jako pełnej i całościowej dziedziny nauki, w której poszczególne „klocki” są ważne dla całości,
- zwrócenie uwagi na autentyczne spełnianie wymagań edukacyjnych z uwzględnieniem ich trwałości,
- cierpliwość i spokój ze strony nauczyciela oraz rodzica,
- częsta kontrola w formie zarówno pisemnej, jak i w rozmowie z nauczycielem (niekoniecznie związana od razu z oceną szkolną) stopnia opanowania poszczególnych fragmentów materiału wraz z szybką informacją zwrotną,
- zwrócenie uwagi na samodzielność i własny wysiłek.

Te komponenty powinny występować permanentnie. Natomiast mogą występować również czynniki doraźne:

- objaśnianie niezrozumiałych fragmentów materii matematycznej – po uprzednich próbach samodzielnego opanowania przez ucznia,
- odpowiednie ćwiczenia indywidualizujące pracę (w miarę możliwości na lekcji),
- dodatkowe ćwiczenia do samodzielnej pracy ucznia w domu,
- wspomaganie nowoczesnymi środkami dydaktycznymi.

Pomoc uczniowi mającemu trudności w nauce musi być długofalowa, nie można w miesiąc nauczyć ucznia „matematycznego myślenia”. Taka pomoc byłaby pozorna, nastawiona na bardzo krótkotrwałe efekty.

Słowa kluczowe: trudność, matematyka, motywacja, uczeń.

PRZYPISY:

- ¹ Z. Krygowska, *Materiały do studiowania matematyki*, pod red. J. Żabowskiego, Płock 2000. s. 103–113.
- ² W. W. Sawyer, *Matematyka nauką przyjemną*, Warszawa 1988, s. 8.
- ³ H. Siwek, *Dydaktyka matematyki. Teoria i zastosowania w matematyce szkolnej*, 2005, s. 8.

BIBLIOGRAFIA:

- Krygowska Z.: *Materiały do studiowania matematyki*, pod red. J. Żabowskiego. Płock: Szkoła Wyższa im. P. Włodkowica 2000. ISBN 83-88193-25-2.
- Sawyer W. W.: *Matematyka nauką przyjemną*. Warszawa: Wiedza Powszechna, 1988. ISBN 83-214-0555-X.
- Siwek H.: *Dydaktyka matematyki. Teoria i zastosowania w matematyce szkolnej*. Warszawa: WSiP 2005. ISBN 83-02-09303-3.

* * *



Dr Witold Pająk – profesor oświaty, doktor nauk matematycznych, nauczyciel w Powiatowym Zespole Szkół Ogólnokształcących nr 1 im. ks. St. Konarskiego w Oświęcimiu.

Z przyjemnością informujemy, że „Hejnal Oświatowy” objął patronat medialny Międzynarodową Konferencję „Niepełnosprawni w świecie pracy – łamiemy bariery dla Niepodległej”, organizowaną 15 czerwca 2018 r. przez Specjalny Ośrodek Szkolno-Wychowawczy nr 3 im. K. Makuszyńskiego w Krakowie.

Do kwadratu! Ciekawie!

TADEUSZ MARCZEWSKI

Wśród trzynastu celów kształcenia ogólnego w ośmioklasowej szkole podstawowej¹ na pozycji siódmej znajduje się: *rozbudzanie ciekawości poznawczej uczniów i motywacji do nauki.*

Słowa kluczowe tego celu to ciekawość i motywacja. Ten drugi termin pochodzi z łaciny. *Moveo* znaczy m.in. *poruszać, pobudzać lub wprawiać w ruch* czy *zapalać kogoś*². Interesuje nas zatem „uruchomienie” ucznia do nauki. I to nie byle jakiej, bo pierwszy człon koniunkcji stanowiącej wskazany cel zdaje się kierować nas w stronę tworzenia uczniowi warunków inspirujących do poznawania nowych dla niego faktów i umiejętności. Na matematyce wspiera nauczyciela w realizacji tego celu m.in. tzw. ciekawa matematyka³.

Uzyskałem połączenie: ciekawość poznawcza i ciekawa matematyka. Interesuje nas uruchomienie procesu, który porwie uczniów do poznawczego zaangażowania. Natychmiast nasuwa się nam niezwłoczna interpretacja: *Ciekawa matematyka to ta, która porywa uczniów, motywuje do zaangażowania się, do aktywności.* Oczywiście odpowiada ona terminowi *moveo*.

Poszukajmy dokładniejszej interpretacji. Po wczytaniu słowa *ciekawa* w wyszukiwarce na stronie synonimy.pl otrzymać można około 280 interpretacji, czy też skojarzeń z nim związanych. Strona synonimy.net dzieli je dalej na ok. 40 grup znaczeniowych⁴. Wybiorę jedną z nich. W *kontekście innowacyjności pomysłu* (bo interesuje mnie i matematyka w nowym dla ucznia ujęciu, i nowe dla ucznia podejście do jej uczenia się) wskazano: *awangardowy, błyskotliwy, innowacyjny, niebanalny, niekonwencjonalny, nienaśladowczy, nieschematyczny, niestereotypowy, nieszablonowy, niesztampowy, nietradycyjny, nietypowy, nowatorski, odkrywczy, oryginalny, pionierski, pomysłowy, prekursorski, przewrotowy, przyciągający oko, przykuwający wzrok, śmiały, świeży, zwracający uwagę.*

A zatem oto trochę *przyciągającej oko* (ucznia) matematyki. Także *niebanalnej, błyskotliwej, nietradycyjnej, odkrywczej, pomysłowej, zwracającej uwagę...* drogi uczenia się. Zajmę się **kwadratami liczb naturalnych**. Ich nauka na drugim etapie edukacyjnym zaczyna się w klasie czwartej. Przedstawione niżej problemy mogą być analizowane i na lekcjach, i na zajęciach pozalekcyjnych, czy też w starszych klasach aż po liceum. Część (np. dowody) w przyszłej szkole ponadpodstawowej albo w obecnej szkole ponadgimnazjalnej, jak i oddziałach gimnazjalnych. Decyzja o wykorzystaniu pomysłów i ich skali należy do Czytelnika – na lekcji, przy zadaniu projektowym, na zajęciach pozalekcyjnych, zielonej szkole itd.

Podaję serię iloczynów do obliczenia:

$$15 \times 15 = \dots$$

$$35 \times 35 = \dots$$

$$75 \times 75 = \dots$$

Przy okazji rozmawiam z uczniami o *podnoszeniu do kwadratu, podnoszeniu do potęgi drugiej, obliczaniu kwadratu liczby* itd.

Podajemy wyniki i sprawdzamy, czy otrzymaliśmy takie oto kwadraty liczb 15, 35 i 75:

$$15 \times 15 = 225$$

$$35 \times 35 = 1225$$

$$75 \times 75 = 5625$$

Pytam: *Jakie liczby mnożyłaś/mnożyłeś (podnosiłaś/łeś do kwadratu)? Co je łączy? Co łączy czynniki iloczynów i co łączy ze sobą wyniki?* Uruchamiam obserwację przykładów. Przedstawiamy je i porządkujemy.

Następnie proszę o podanie wyniku poniższego iloczynu, czyli kwadratu liczby 45:

$$45 \times 45 =$$

ale bez zwykłego mnożenia, na bazie dokonanych poprzednio obserwacji.

Porównujemy uzyskany wynik ($45 \times 45 = 2025$) i pytam o sposób, który pozwala wyznaczać kwadraty naszych liczb, wykonywać nasze iloczyny, ale bez zwykłego mnożenia. Chodzi o uczniowskie sformułowania, język paramatematyczny będzie tu najlepszy: *na końcu wyniku zawsze mamy 25, z przodu 25-ciu dopisujemy wynik mnożenia liczby dziesiątek przez liczbę następną.* W pierwszym przykładzie mamy 1×2 czyli 2 i stąd jest 225. W drugim $3 \times 4 = 12$ i mamy 1225, a w trzecim $7 \times 8 = 56$ i dalej 5625.

Sprawdzamy, czy 85×85 według otrzymanej reguły to 7225. Regułę możemy teraz zapisać w zeszycie.

Podsumujmy **dla nas**. Jakimi liczbami w tym przykładzie zajęliśmy się? Były to dwucyfrowe liczby naturalne z cyfrą 5 w rzędzie jedności. Co czyniliśmy? Obliczaliśmy ich kwadraty. Jaka reguła? Jak otrzymać wynik? W rzędzie setek przed 25 stawiamy wynik mnożenia liczby dziesiątek przez liczbę następną.

Przyjęta przez uczniów reguła, to w tym przypadku hipoteza empiryczna. Powinno się ją udowodnić. Ilu liczb dwucyfrowych dotyczy? Tylko dziewięciu. Zajęliśmy się już pięcioma. Pozostaje sprawdzić, czy „działa” zatem też w przypadku liczb 25, 55, 65 i 95. Można też inaczej. Kiedy uczniowie nabiorą kompetencji w zakresie wyrażeń algebraicznych, to łatwo przeprowadzić prosty dowód tej reguły z użyciem algebry. Nasze liczby dwucyfrowe przedstawia wyrażenie $10n + 5$, gdzie $n = 1, 2, \dots, 9$. Stąd: $(10n + 5)^2 = 100n^2 + 100n + 25 = 100n(n + 1) + 25$. Rzeczywiście w rzędzie setek przed 25 stawiamy iloczyn $n(n + 1)$, a więc liczbę dziesiątek rozważanej przez nas liczby dwucyfrowej przez następną.

Za nami zatem **Zadanie 1**. *Sprawdź, czy wyniki iloczynów $15 \times 15 = 225$, $35 \times 35 = 1225$ i $75 \times 75 = 5625$ są prawdziwe. Co łączy te iloczyny i ich wyniki ze sobą? Podaj kwadrat liczby 45 bez zwykłego przemnażania. Wypowiedz swoimi słowami regułę podnoszenia do kwadratów takich oto liczb naturalnych⁵.*

Warto zmierzyć się z **Zadaniem 2**. *Sprawdź, czy twoja reguła podnoszenia liczby do kwadratu da się zastosować do znalezienia kwadratów liczb 17 i 115.*

Według naszej reguły zastosowanej analogicznie do 17 otrzymujemy: 249. Jednak przy zwykłym mnożeniu $14^2 = 14 \times 14$

= 196. Mamy sprzeczność, a więc nasza reguła „nie działa” w przypadku każdej dwucyfrowej liczby naturalnej.

A 115²? Tak, bowiem 115² = 13225, czyli przed 25 w rzędzie setek znajduje się 132, a to wynik iloczynu 11 x 12. Zatem rodzi się podejrzenie, że nasza reguła dotyczy też liczb trzycyfrowych o jednościach równych pięć. A może też takich czterocyfrowych, pięciocyfrowych...? To nie tylko hipotezy, to matematyczne prawdy. Wynikają one z faktu, że równość $(100n + 5)^2 = 100n(n + 1) + 25$ zachodzi dla każdej liczby n (nawet rzeczywistej), a nie tylko naturalnej od 1 do 9, które braliśmy poprzednio pod uwagę.

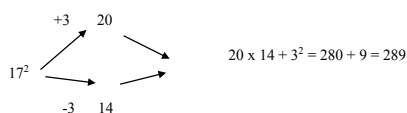
Za nami zatem **Zadanie 3**. Wyjaśnij, że wg wskazanej przez nas reguły można podnieść do kwadratu każdą liczbę naturalną o jedności równej 5.

Nurtuje nas jednak problem: nie udało nam się wykorzystać naszej reguły do podniesienia 17 do kwadratu bez zwykłego przemnażania 17 x 17. A może jednak da się ją odkryć? Klucz do sukcesu tkwi w równości: $a^2 = a^2 - d^2 + d^2 = (a^2 - d^2) + d^2 = (a + d)(a - d) + d^2$, gdzie a i d są dowolnymi liczbami, nawet rzeczywistymi.

Jeśli za a przyjmę 17, to za d warto przyjąć taką liczbę, przy której można będzie liczyć w pamięci. Niech d = 3. Wtedy 17² = (17 + 3)(17 - 3) + 3² = 20 x 14 + 9 = 280 + 9 = 289; wybór 3 pozwolił dopełnić 17 do 20, co pozwala na przeprowadzenie rachunków w pamięci⁶.

To doświadczenie pozwala na zredagowanie, ale nie dla ucznia klasy czwartej czy piątej **Zadania 4**. Wypowiedz swoimi słowami, jak podnieść do kwadratu dwucyfrowe liczby naturalne bez zwykłego mnożenia, korzystając z pomysłu zastosowanego do obliczenia kwadratu liczby 17.

Można też odkryć tę regułę przez analizę sekwencji przykładów zapisywanych z użyciem następującego schematu⁷, obserwacji tych przykładów i sprawdzania wyników z użyciem kalkulatora, a więc bez znajomości wykorzystanego wyżej wzoru na różnicę kwadratów:



Przejdźmy do jeszcze jednego eksperymentu⁸. Przyjrzyj się następującym równościom i oceń, czy są prawdziwe: 1 + 1 = 2, 4 + 1 = 5, 4 + 4 = 8, 9 + 1 = 10, 9 + 4 = 13 i 16 + 1 = 17. Czy każdy ze składników tych sum jest kwadratem jakiejś liczby naturalnej? Oczywiście: 1 = 1², 4 = 2², 9 = 3² i 16 = 4². Zatem liczby naturalne 2, 5, 8, 10 i 17 są sumami dwóch kwadratów pewnych liczb naturalnych.

Czy liczby naturalne 3, 6, 7, 11 są też sumami kwadratów pewnych liczb naturalnych? Tym razem odpowiedź jest negatywna. Nie każda zatem liczba naturalna jest sumą dwóch kwadratów jakichś liczb naturalnych. Ta obserwacja pozwala sformułować **Zadanie 5**. Które z liczb naturalnych od 0 do 100 są sumami dwóch kwadratów pewnych liczb naturalnych?

Najpierw ustalmy kolejne liczby naturalne od 0 do 100, które są kwadratami jakiejś liczby naturalnej. Przecież w sumach potrzebujemy składniki, które są kwadratami pewnych liczb naturalnych. Oto one: 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100. Zbudujmy teraz tabelę o takich właśnie wierszach i kolumnach, a na ich przecięciach wpisujemy sumę. Ale wobec pytania, wystarczy wpisywać tylko sumy nie większe niż 100.

Wpisywane liczby tworzą odpowiedź do zadania.

	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
1	1	2	5	10	17	26	37	50	65	82	
4	4	5	8	13	20	29	40	53	68	85	
9	9	10	13	18	25	34	45	58	73	90	
16	16	17	21	25	32	41	52	65	80	97	
25	25	26	29	34	41	50	61	74	89		
36	36	37	40	45	52	61	72	85	100		
49	49	50	53	58	65	74	85	98			
64	64	65	68	73	80	89	100				
81	81	82	85	90	97						
100	100										

Łatwo sprawdzić, że:

$$1=1^2$$

$$1+2+1=4=2^2$$

$$1+2+3+2+1=9=3^2$$

$$1+2+3+4+3+2+1=16=4^2$$

$$1+2+3+4+5+4+3+2+1=25=5^2$$

Zatem, jak z pomocą sumowania obliczyć kwadrat liczby 8? Obserwacja i analiza podanych przykładów prowadzi do spostrzeżenia, że jednym ze składników powinna być właśnie liczba 8, a pozostałe składniki tworzą rosnące lub malejące kolejne liczby od 1 do 7.

Zatem 8² = 1+2+3+4+5+6+7+8+7+6+5+4+3+2+1. Możemy podać kolejne **Zadanie 6**. Wypowiedz własnymi słowami poznany sposób obliczania kwadratów liczb naturalnych z użyciem wyłącznie dodawania. Nie będziemy wyjaśniać, dowodzić tej reguły. Wymaga znajomości twierdzenia o indukcji matematycznej⁹.

Natomiast dostrzeżoną regułę wykorzystamy do rozwiązania **Zadania 7**. Oblicz¹⁰ wartość wyrażenia:

$$\frac{666666 \cdot 66666}{1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1} - \frac{777777 \cdot 77777}{1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1}$$

Ostatnio poznana reguła pozwala zauważyć, że mianowniki obu ułamków to kolejno, kwadraty liczb 6 i 7, czyli 36 i 49. Zatem lewy ułamek można skrócić dwukrotnie przez 6, a prawy – dwukrotnie przez 7. Po skróceniu otrzymamy różnicę tych iloczynów, których czynnikami są te same liczby (111111). Zatem wartość różnicy ułamków to 0.

Powyższe zadanie może być kopalnią pomysłów na ciekawe zadania – Czy można zmienić mianowniki? Jakże wtedy powinny być liczniki? Czy można zmienić liczbę cyfr w czynnikach iloczynów w licznikach ułamków? I tak dalej.

Przedstawiony zbiór pomysłów dotyczących obliczania kwadratów liczb naturalnych można podsumować dwukrotnie. Pierwsze podsumowanie to lista aktywności, postaw ucznia wzbudzanych tymi zadaniami. Uczeń sprawdza fakty, obserwuje przykłady, porównuje je, logicznie wiąże przykłady, czy też fakty ze sobą, wskazuje łączące je cechy, poszukuje, analizuje i przetwarza zatem informacje, tworzy hipotezy



Fot. M. Rozum

w przyjaznym dla siebie sformułowaniu (języku), analizuje i ocenia je, odróżnia hipotezy od twierdzeń, uzasadnia wnioski, a nawet je dowodzi, opisuje nową poznaną dla siebie wiedzę w różny sposób, stosuje ją w zadaniach i ćwiczy swój język matematyczny w ujęciu słownym, jak i symbolicznym, krytycznie myśli i współtworzy swoją wiedzę. Przedstawione zadania, czy też sytuacje dydaktyczne, inspirując ucznia do podjęcia wymienionych aktywności wzbudzają jego aktywną, twórczą i poznawczą postawę w procesie uczenia się matematyki.

W drugim podsumowaniu wykorzystam jeszcze jedną z grup znaczeniowych ze strony: synonim.pl dla słowa *ciekawym* w odniesieniu do czegoś lub kogoś wzbudzającego zainteresowanie: *arcyciekawy, atrakcyjny, dający do myślenia, ekscytujący, emocjonujący, frapujący, interesujący, intrygujący, niebanalny, nieschematyczny, nieszablonowy, nietuzinkowy, przyciągający, przyciągający oko, przykuwający wzrok, świeży, zajmujący, zwracający uwagę*. Uważam, że przedstawione zadania, problemy, sytuacje dydaktyczne są nietuzinkowe, intrygujące, emocjonujące i dające do myślenia. A ty Czytelniku, które byś z tych określeń wybrał do ich określenia? A może podasz jeszcze inne?

Słowa kluczowe: obliczanie kwadratów liczb naturalnych, ciekawa matematyka.

PRZYPISY:

- ¹ Załącznik nr 2 do rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej..., Dz.U. z 2017 r., poz. 356.
- ² *Mały słownik łacińsko-polski*, praca zbiorowa pod red. J. Korpante-go, Warszawa 2001, s. 409.
- ³ Artykuł jest pokłosiem fragmentów wykładu „Ciekawe przykłady z pięknego świata związków liczbowych”, wygłoszonego przez autora w MCDN ODN w Krakowie w dniu 14 grudnia 2017 r. na zorganizowanej przez niego konferencji „Ciekawa matematyka inspiracją dla ucznia i dla nauczyciela”. Wszystkie cztery prezentacje z wykładów wygłoszonych na tej konferencji znajdują się na stronie internetowej Ośrodka, www.krakow.mcdn.edu.pl; w zakładce *Materiały z konferencji*.
- ⁴ Dostęp do strony www.synonimy.pl: 12.12.2017 r.
- ⁵ Autor nauczył się tej ciekawej sytuacji dydaktycznej od śp. prof. dr. hab. Eugeniusza Wachnickiego, jednego z jego nauczycieli z Uniwersytetu Pedagogicznego, wówczas WSP w Krakowie.
- ⁶ Za d mogłem też przyjąć 7, by doprowadzić do pamięciowych rachunków, bo wtedy $17 - 7 = 10$, a mnożenie przez 10 pozwala na wykonanie rachunków w pamięci.

- ⁷ A. Benjamin, M. Shermer, *Matematyka. Tajniki pamięciowej matematyki*, Warszawa 2013.
- ⁸ I. Stewart, *Professor Stewart's Incredible Numbers*, New York 2015.
- ⁹ Wskazanego twierdzenia nie ma w nowej Podstawie programowej kształcenia ogólnego dla czteroletniego liceum i pięcioletniego technikum... (z 30 stycznia 2018 r.).
- ¹⁰ A. F. Kriżanowski, *Matimaticzeskije kruzki. 5-7 klasy*. Moskwa 2016.

BIBLIOGRAFIA:

- Benjamin A., Shermer M.: *Matematyka. Tajniki pamięciowej matematyki*. Warszawa: Wydawnictwo Pierwsze, 2013. ISBN 9788392795261.
- Kriżanowski A. F.: *Matimaticzeskije kruzki. 5-7 klasy*. Moskwa 2016.
- Mały słownik łacińsko-polski*. Praca zbiorowa pod red. J. Korpante-go. Warszawa: Wydawnictwo Szkolne PWN, 2001. ISBN 9788371958441.
- Stewart I.: *Professor Stewart's Incredible Numbers*. New York: Basic Books, 2015. ISBN 10: 0465042724; ISBN 13: 9780465042722.
- www.synonimy.pl
- www.synonimy.net
- Załącznik nr 2 do rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej..., Dz.U. z 2017 r., poz. 356.

* * *



Tadeusz Marczewski – nauczyciel konsultant ds. edukacji matematycznej i zarządzania oświatą (wizja i misja szkoły, koncepcja pracy szkoły, zarządzanie zmianą, filozofia jakości pracy szkoły, ewaluacja, planowanie rozwoju szkoły) Małopolskiego Centrum Doskonalenia Nauczycieli. Prowadzi szkolenia z zakresu wewnątrzszkolnego doskonalenia nauczycieli, innowacji pedagogicznych, programów nauczania, analizowania i wykorzystania wyników egzaminów zewnętrznych oraz edukacyjnej wartości dodanej.

Nowy nabór wniosków w programie „Aktywna Tablica”

Małopolski Urząd Wojewódzki w Krakowie realizuje rządowy program **rozwijania szkolnej infrastruktury oraz kompetencji uczniów i nauczycieli w zakresie stosowania technologii informacyjno-komunikacyjnych – „Aktywna tablica”**

Zachęcamy szkoły podstawowe dla dzieci i młodzieży, szkoły artystyczne realizujące kształcenie ogólne w zakresie szkoły podstawowej, szkoły podstawowe w zakładach poprawczych i schroniskach dla nieletnich do składania wniosków o dotację na wyposażenie lub doposażenie szkół w pomoce dydaktyczne niezbędne do realizacji programów nauczania z wykorzystaniem technologii informacyjno-komunikacyjnych.

Harmonogram składania wniosków na 2018 r.:

- dyrektorzy szkół składają wnioski o udział w Programie do organów prowadzących – do 15 kwietnia 2018 r.
- organy prowadzące szkoły składają wnioski o udzielenie wsparcia finansowego do wojewodów – do 30 kwietnia 2018 r.

Szczegóły założeń, warunki udziału w Programie oraz obowiązujące wzory wniosków dostępne są w zakładce: http://muw.pl/index.aspx?page=Aktywna_tablica

Biuro Wojewody
Oddział ds. Mediów i Komunikacji Społecznej
Małopolski Urząd Wojewódzki w Krakowie

Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki dla ulepszenia szkolnej matematyki

DR MARIA LEGUTKO

Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki (SNM) od 1991 r. pozyskuje nauczycieli matematyki do wspólnej pracy nad doskonaleniem nauczania matematyki, zachęca do korzystania ze sprawdzonych wzorców edukacji matematycznej w Polsce i na świecie.

SNM i dobre praktyki w nauczaniu matematyki w szkole

Szczególnie cennym źródłem inspiracji w SNM są **warsztaty**, w czasie których nauczyciele i badacze dzielą się doświadczeniami, wspólnie poszukują rozwiązań, wzbogacają swoje narzędzia pracy i zasób zabiegów dydaktycznych. Istotną pozytywną zmianę w nauczaniu wnoszą dyskusje o roli nauczyciela w procesie nauczania-uczenia się matematyki. „Nauczyciel ma być jak ogrodnik, który przygotowuje grunt, sieje ziarenka matematyczne, potem dogląda, pielęgnuje, czasem przycina, cieszy się gdy wzrastają, kwitną i wydają owoce, ale roślina rośnie sama, jedna duża, druga mała w zależności od gatunku i warunków”.

Główne cele Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki to, m.in.: „1) Inicjowanie i popieranie wszelkich form badania i ulepszenia metod i narzędzi nauczania matematyki, podnoszenie kwalifikacji zawodowych członków stowarzyszenia, 2) Popularyzowanie w społeczeństwie matematyki oraz wiedzy o jej nauczaniu i uczeniu się oraz roli matematyki w kulturze społeczeństw”¹.

W SNM działa obecnie siedem oddziałów regionalnych (Bielski, Krakowski, Mazowiecki, Lubuski, Opolski, Radomski i Śląski), pięć roboczych grup tematycznych: Geometria Dynamiczna (propagująca m.in. Cabri i GeoGebrę), Matematyka i komputery, Origami i matematyka, Warsztat Otwarty (bryły, wyszywanki i wycinanki), Math Vegas (gry i zabawy matematyczne) oraz dwa koła (Pomorskie i AlfaBeta). Zarząd Główny SNM co roku organizuje ogólnopolską konferencję nauczycieli matematyki w okresie ferii zimowych. XXVII konferencja pod hasłem *Matematyka – dodaj do ulubionych!* odbyła się w dniach 9–12 lutego 2018 r. w Poznaniu. W Krakowie w 2012 r. na XXI konferencji *Zdolny ma-*

tematycznie – twórczy w życiu gościliśmy ponad 650 nauczycieli z całej Polski.

Od początku swojej działalności SNM mogło liczyć na wsparcie ATM (Association of Teachers of Mathematics), angielskiego stowarzyszenia, i holenderskich nauczycieli, badaczy z Instytutu Freudenthala w Utrechcie. Nauczyciele angielscy propagowali wśród polskich kolegów **styl pracy ukierunkowany na rozwój aktywności matematycznej uczniów**, którego znaczenie tak często podkreślano w „krakowskiej szkole dydaktyki matematyki” prof. Anny Zofii Krygowskiej. W tym stylu pracy nauczyciele sami się uczyli i obserwowali zmiany w swoim działaniu, w swoim emocjonalnym nastawieniu i myśleniu, rozwiązując problemy „ziarenka”². Były to zadania nietypowe, wieloetapowe, które można rozwiązać różnymi sposobami. Każdy nauczyciel matematyki mógł rozpocząć i „coś zrobić” samodzielnie w zależności od swoich możliwości, pozostać na etapie konkretnych prób, ale i sformułować matematyczne uogólnienia, zastanowić się nad ich poprawnością, mógł zapytać i pracować wspólnie z innym nauczycielem lub w grupie, wykorzystać dostępne środki: kartki papieru (nie tylko do pisania i rysowania ale zginania i wycinania), nitki, gwoździe, także... własne ciało (body math) w matematyce ruchowej³.

SNM w Krakowie nawiązuje do dorobku prof. Krygowskiej, wspaniałego dydaktyka matematyki, która przekonywała nauczycieli, by uczyli się od swoich uczniów, jak ich uczyć. Krygowska wskazała i opisała aktywności matematyczne dostępne i możliwe w nauczaniu „matematyki dla każdego”, opracowała koncepcję czynnościowego nauczania matematyki, pozwalającą rozwijać aktywności matematyczne, doceniała rolę

problemów w nauczaniu-uczeniu się matematyki, w swojej klasyfikacji zadań matematycznych wskazywała także zadania niespodzianki, gry i zabawy. To tylko niektóre wymienione w skrócie aspekty jej zarysu dydaktyki matematyki.

Uczymy się pracować RAZEM, krakowskie inicjatywy w edukacji matematycznej

SNM propaguje wspólną pracę nauczycieli matematyki. *Uczymy się pracować RAZEM*, to była seria pierwszych warsztatów w oddziale krakowskim zorganizowana przez Marka Legutko, inicjatora powstania oddziału. W 1992 r. grupa nauczycieli w ramach SNM opracowała „matematyczne minimum po krakowsku”. Przedstawił też stanowisko SNM w sprawie prac nad zmianami programu nauczania (opisane w NiM nr 1, NiM nr 2)⁴. Ważną inicjatywą krakowskiego SNM było przygotowanie zestawu *Sto zadań* sprawdzających umiejętności ucznia kończącego szkołę podstawową. Dzięki porozumieniu z Kuratorem Oświaty w Krakowie zadania egzaminu wstępnego do szkół średnich wzorowano na tym zestawie.

SNM w Krakowie nawiązuje do dorobku prof. A. Z. Krygowskiej, wspaniałego dydaktyka matematyki, która przekonywała nauczycieli, by uczyli się od swoich uczniów, jak ich uczyć.

W 2005 r. miała miejsce dyskusja ekspertów MEN przygotowujących podstawy programowe z przedstawicielami: Instytutów Matematyki AP, UJ, Komisji Oceny Podręczników PAU, OKE, PTM, SNM z udziałem nauczycieli matematyki, (NiM nr 55). W 2016 r. Walne Zgromadzenie Członków Oddziału Krakowskiego przesłało

swoje stanowisko w sprawie reformy i ramowych planów nauczania do Minister Edukacji Narodowej A. Zalewskiej. Uwagi do projektu podstawy programowej przekazało, poprzez Zarząd Główny SNM, do zespołu pracującego nad podstawami z matematyki.

Każda reforma nauczania wdrażana jest przez nauczycieli w rzeczywistości szkolnej. Bez przekonania nauczycieli do konieczności wprowadzania zmian i odpowiedniego ich przygotowania może pozostać „papierowa reforma”. Wskazują na to wnioski z badań przeprowadzonych w Instytucie Badań Edukacyjnych w latach 2011–2014⁵. Ważna jest zmiana stylu nauczania, by był ukierunkowany na rozwijanie matematycznych aktywności ucznia na miarę jego możliwości, które są określone w celach ogólnych podstawy programowej z matematyki.

W Krakowie mamy wielu wspianych nauczycieli matematyki, którzy ciągle poszukują sposobów takiego uczenia, by uczniowie „matematykę dodali do ulubionych” przedmiotów szkolnych. Nauczyciele, którzy należą do SNM, współpracują ze sobą w szkole, rozmawiają o uczeniu matematyki, o wykorzystaniu nowych technologii, angażują uczniów klas starszych w przygotowanie konkursów i zawodów matematycznych dla uczniów klas młodszych, prowadzą warsztaty dla uczniów w klasach objętych patronatem SNM. W szkołach tych pracownie matematyczne są dobrze wyposażone i ozdobione pomocami wykonanymi przez uczniów. Ważna jest popularyzacja matematyki przez SNM i Polskie Towarzystwo Matematyczne, podczas *Festiwalu Nauki, Nocy Naukowców, Spotkań z matematyką* na UP, na które przychodzą nauczyciele z uczniami. Pod patronatem OK SNM nauczyciele realizują projekty matematyczne z uczniami i ich rodzicami.

W poszukiwaniu skutecznych sposobów uczenia geometrii angażują się grupy robocze SNM **Matematyczne Origami, Cabri**, czy obecnie **GeoGebra**. Z kartki papieru można wyczarować różne figury, płaskie i przestrzenne, „poczuć w rękach” i „zobaczyć z bliska” ich niektóre własności, np.: odcinki równej długości, kąty równej miary, kąty dwusieczne, kąty nachylenia ścian, przekroje wielościanów. Można zobaczyć to wszystko w ruchomych obrazach figur na ekranie tablicy interaktywnej czy w komputerze, tworzone „na oczach

uczniów” lub przez samych uczniów. Okazuje się, że tak pozornie odległe narzędzia są pomocne/niezbędne w poznawaniu figur geometrycznych, ich własności, w uczeniu się geometrii, od czynności konkretnych, przez czynności wyobrażone, do pojęć abstrakcyjnych. Dla pogłębienia rozumienia geometrii sięgaliśmy do... *Elementów Euklidesa*. Podstaw origami mogliśmy uczyć się od Japończyka Masakatsu Yoshidy, który w 1993/94 r. poprowadził cykl warsztatów. Ponadto przez wiele lat współdziała z nami Krystyna Burczyk, instruktor i lider origami. Do wykorzystania programu Cabri i GeoGebry w poznawaniu geometrii z ogromnym zaangażowaniem zachęca uczniów i nauczycieli dr Bronisław Pabich. Stosowanie nowych technologii w nauczaniu matematyki inspirowało wielu nauczycieli, którzy uczą się od siebie, prowadzą warsztaty i kursy.

Nauczyciele, którzy należą do SNM, współpracują ze sobą w szkole, rozmawiają o uczeniu matematyki, prowadzą warsztaty dla uczniów w klasach objętych patronatem SNM.

Matematyczny Czar Par to pomysł na uczenie matematyki w formie konkursu matematycznego z wykorzystaniem gier, układanek, ciekawych problemów, opracowany przez Jolantę Piekarską i Halinę Pulchny. Uczniowie biorą w nim udział parami i w określonym czasie rozwiązują zadania w kilku kategoriach, np. tangram, domino, krzyżówka liczbowa. Uczniowie klas starszych są sędziami. Konkurs pojawił się w 1995 r., prezentowany był na konferencjach krajowych SNM i został opublikowany⁶. W oddziale krakowskim konkurs odbywa się rokrocznie w różnym zasięgu i na różnych poziomach. W 2005 r. zgromadził rekordową liczbę uczestników, prawie 1 000 osób (550 uczestników, 220 sędziów i 150 nauczycieli). Matematyczny czar par znany jest dzisiaj w całej Polsce. Na czym polega zadziwiająca popularność tego konkursu? Czy na tym, że wykorzystuje gry, zabawy i ciekawe zadania w uczeniu się matematyki? Czy to, że uczniowie, pracując w parach, uczą się współpracy z drugą osobą, wspólnie łatwiej im dobrać strategię działania, pokonać stres przed niepowodzeniem? Czy to, że sędziowie, przygotowując lub

tworząc zadania i punktację (z pomocą nauczycieli), uczą się oceniać stopień trudności zadania, ilość czasu potrzebną na jego rozwiązanie, poznają różne sposoby rozwiązania, obserwują, jak inni rozwiązują zadanie, by sprawiedliwie ocenić? Trudno powiedzieć. Ważne jest to, że matematyka przeniesiona na grunt znanych i lubianych gier, staje się źródłem zabawy i zmienia nastawienie do uczenia się tego przedmiotu

Małopolskie Mistrzostwa w Łami-główkach Logicznych to konkurs czteroosobowych zespołów uczniów klas gimnazjalnych i starszych klas szkoły podstawowej. Polega na rozwiązywaniu nietypowych zadań, zagadek i problemów. Można je rozwiązać, gdy umie się wyciągać poprawne wnioski z podanych informacji i umiejętnie pracować w zespole. W bieżącym roku będzie jego IX edycja.

Krakowska Matematyka to inny konkurs, skierowany do uczniów klas czwartych, piątych i szóstych małopolskich szkół podstawowych⁷. Bierze w nim udział obecnie około 4 500 uczniów. Jego celem jest nie tylko stworzenie uczniom możliwości wykazania się uzdolnieniami matematycznymi, ale również popularyzacja matematyki na tle historii i bieżących wydarzeń dotyczących Krakowa. Koordynatorem konkursu jest Teresa Sklepek, zaangażowana w jego organizację jest grupa ok. 250 nauczycieli, licząc z organizatorami szkolnego etapu. W bieżącym roku szkolnym konkurs odbywa się po raz dwunasty, nawiązuje do 100-lecia odzyskania niepodległości Polski, zatytułowany jest *Wolność zaczęła się w Krakowie*. Czy takie ważne jest dla uczniów dostrzeganie matematyki w najbliższym otoczeniu? Czy sprawdzanie swoich możliwości matematycznych?

To są tylko przykłady działań⁸, które mogą się przyczyniać do zmiany spojrzenia na szkolną matematykę i styl jej nauczania wśród uczniów, nauczycieli, rodziców, a może i matematyków.

Słowa kluczowe: Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki (SNM), warsztaty SNM, rozwój aktywności matematycznej ucznia.

PRZYPISY:

¹ Pełny tekst <http://www.snm.edu.pl/2014/01/statut-snm.html>

² Ziarenka *matematyczne*, 1, 2, 3, 4. Biblioteczka SNM, Warszawa 1991, tłum.

T. Hardy, A. Haworth, E. Love, A. McIntosh (red.), *Points of Departure An ATM Activity Book*, Derby 1990.

³ Czasopismo SNM „Nauczyciele i Matematyka” (NiM) wydawane od 1991 r., od 2007 „Nauczyciele i Matematyka + Technologia Informacyjna” (NiM+TI).

⁴ K. Burnicka, *Matematyka ruchowa – liczby naturalne*, NiM+TI 2014, nr 86, s. 32–36; J. Piekarska, *Żaby w SNM-ie*, NiM+TI 2011, nr 80.

⁵ Raport z badania, *Nauczanie matematyki w gimnazjum*, Warszawa 2013, ibe.edu.pl/images/materialy/Matematyka-wnioski-z-badan-i-dyskusji.pdf (dostęp 25.02 2018).

⁶ J. Piekarska, H. Pulchny, *Matematyczny czar par*, Opole 2001; J. Piekarska, A. Widur, *Matematyczno-przyrodniczy czar par*, Opole 2001.

⁷ <http://krakowskamatematyka.malopolska.pl>

⁸ Więcej na stronie <http://snmkrak.blogspot.com/>

BIBLIOGRAFIA:

Burnicka K.: *Matematyka ruchowa – liczby naturalne*. NiM+TI 2014, nr 86. ISSN 1897-7472.

Piekarska J.: *Żaby w SNM-ie*. NiM+TI 2011, nr 80. ISSN 1897-7472.

Piekarska J., Pulchny H.: *Matematyczny czar par*. Opole: Wydawnictwo Nowik, 2001. ISBN 83-87631-28-0.

Piekarska J., Widur A.: *Matematyczno-przyrodniczy czar par*. Opole: Wydawnictwo Nowik, 2001. ISBN 8387631353.

Raport z badania: *Nauczanie matematyki w gimnazjum*. Warszawa: IBE, 2013, ibe.edu.pl/images/materialy/Matematyka-wnioski-z-badan-i-dyskusji.pdf (dostęp: 25.02 2018).

Ziarenka matematyczne, 1, 2, 3, 4. Biblioteczka SNM. Warszawa: WSiP, 1991. ISBN 83-02-04829-1, 83-02-04830-5. Tłum. T. Hardy, A. Haworth, E. Love, A. McIntosh (red.): *Points of Departure An ATM Activity Book*. Derby: ATM, 1990. ISBN 13: 9780900095375.

NETOGRAFIA:

<http://www.snm.edu.pl/2014/01/statut-snm.html>

<http://krakowskamatematyka.malopolska.pl>

<http://snmkrak.blogspot.com>

* * *



Maria Legutko – dr nauk matematycznych w zakresie ich dydaktyki, emerytowany pracownik naukowo-dydaktyczny Uniwersytetu Pedagogicznego w Krakowie, w obecnej kadencji przewodnicząca Oddziału Krakowskiego SNM, współautorka podręczników *Matematyka I* dla liceum i technikum i *Matematyka dla Ciebie* dla klas 4–6, jak również autorka wielu artykułów poświęconych nauczaniu matematyki.

Tradycja czy nowoczesność, czyli jak efektywnie nauczać przedmiotów przyrodniczych

JOLANTA CZUCHNOWSKA

Kilka odpowiedzi, na co należy zwrócić uwagę, ucząc przedmiotów przyrodniczych. Umiejętność uczenia się jedną z kompetencji kluczowych. Metoda projektu w podstawie programowej kształcenia ogólnego oraz w rzeczywistości szkolnej. Aranżacja przestrzeni w kontekście wyposażenia pracowni przyrodniczej.

Parlament Europejski wyróżnił osiem kompetencji kluczowych¹, definiowanych jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia. Są to: 1) porozumiewanie się w języku ojczystym; 2) porozumiewanie się w językach obcych; 3) kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo-techniczne; 4) kompetencje informatyczne; 5) umiejętność uczenia się; 6) kompetencje społeczne i obywatelskie; 7) inicjatywność i przedsiębiorczość; 8) świadomość i ekspresja kulturalna.

Z punktu widzenia przedmiotów przyrodniczych szczególnie istotne jest rozwijanie kompetencji matematycznych i podstawowych kompetencji naukowo-technicznych oraz umiejętności uczenia się.

Kompetencje matematyczne pozwalają na wykorzystywanie myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Ich bazą jest dobre opanowanie umiejętności liczenia, stanowiące podwalinę w nauczaniu przedmiotów przyrodniczych. Obejmują one zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia (logiczne i przestrzenne) oraz prezentacji (wzory, modele, wykresy, tabele). W kontekście przyrodniczym ważna jest też świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź. W badaniach PISA umiejętność myślenia matematycznego określono jako indywidualną zdolność do rozpoznania i zrozumienia roli, jaką matematyka odgrywa we współczesnym

świecie, a także formowania sądów opartych na matematycznym rozumowaniu oraz wykorzystywania umiejętności matematycznych tam, gdzie wymagają tego potrzeby codziennego życia.

Z punktu widzenia przedmiotów przyrodniczych szczególnie istotne jest rozwijanie kompetencji matematycznych i podstawowych kompetencji naukowo-technicznych oraz umiejętności uczenia się.

Kompetencje naukowe umożliwiają wykorzystywanie wiedzy do wyjaśniania reguł świata przyrody, a także formułowanie pytań i wyciąganie wniosków opartych na dowodach. Istotne jest rozumienie zmian powodowanych przez działalność ludzką oraz odpowiedzialność poszczególnych obywateli. Niezbędna wiedza to: znajomość zasad rządzących naturą i podstawowych pojęć naukowych, rozumienie wpływu nauki i technologii na świat przyrody. Umiejętności pozwalają na wykorzystywanie i posługiwanie się narzędziami i urządzeniami technicznymi oraz danymi naukowymi do osiągnięcia celu bądź podjęcia decyzji oraz wyciągania wniosków na podstawie dowodów. W badaniach PISA umiejętność rozumowania w naukach przyrodniczych opiera się na umiejętnościach, które pomagają zrozumieć otaczającą nas rzeczywistość i umożliwiają funkcjonowanie w społeczeństwie. Istotne aspekty tego obszaru to: wiedza przyrodnicza wraz z umiejętnością jej wykorzystania do stawiania pytań; wyjaśnianie zjawisk; wyciąganie

wniosków na podstawie dostępnych obserwacji i dowodów oraz rozumowanie naukowe. Rozumowanie naukowe polega na zrozumieniu charakterystycznych cech nauki jako pewnego rodzaju aktywności umysłowej, zasad, według których prowadzi się badania naukowe, i wyciąga z nich wnioski (np. umiejętność odróżnienia informacji opartych na faktach czy dowodach naukowych od informacji zawierającej opinie czy przypuszczenia).

Niezwykle istotne jest rozwijanie u uczniów **umiejętności uczenia się**. Warto stosować zasady nauczania kompatybilnego z możliwościami mózgu². Pierwsza z nich to podsumowanie wyprzedzające, czyli naświetlenie kontekstu, nawiązanie do dotychczasowych doświadczeń czy wiedzy z dziedziny nauk przyrodniczych. Stawiamy zrozumiałe i jasne cele uczenia się. Pamiętamy o tym, że to ciekawość motywuje zainteresowanie uczniów. Systematycznie powtarzamy, dzięki czemu następuje częste „włączanie obwodów nerwowych”. Angażujemy dużą liczbę zmysłów, a więc wzrok, słuch, dotyk, węch i in.

Wykorzystujemy pozytywne emocje, które są niezwykle istotne w procesie uczenia się i zapamiętywania. Stosujemy sprzężenie zwrotne – szybką informację zwrotną przed zapamiętaniem. Zwracamy uwagę na przerwy w nauce, które stabilizują i utrwalają zdobytą wiedzę oraz systematyczność kształcenia w odpowiedniej kolejności, unikając „przykrywania wiadomości”. Istotne jest również podawanie wiedzy w różnych wariantach, powiązaniach, skojarzeniach, w teorii i praktyce, nauczanie zespołowe, projektowe oraz indywidualizacja podejścia do ucznia, ponieważ każdy mózg jest unikalny.

Pozwólmy uczniom działać, prowadzić eksperymenty przyrodnicze, realizować projekty badawcze, planując zajęcia terenowe, dajmy im możliwość obserwowania okiem uzbrojonym i nieuzbrojonym obiektów i okazów przyrodniczych. Jak ważna jest ta metoda w pracy z uczniami, podkreśla fragment podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej poświęcony tej metodzie, której stosowanie umożliwia nabywanie kompetencji kluczowych oraz sprzyja efektywności uczenia się nie tylko przedmiotów przyrodniczych: „Metoda projektu zakłada znaczną samodzielność i odpowiedzial-

ność uczestników, co stwarza uczniom warunki do indywidualnego kierowania procesem uczenia się. Wspiera integrację zespołu klasowego, w którym uczniowie, dzięki pracy w grupie, uczą się rozwiązywania problemów, aktywnego słuchania, skutecznego komunikowania się, a także wzmacniają poczucie własnej wartości. Metoda projektu wdraża uczniów do planowania oraz organizowania pracy, a także dokonywania samooceny. Projekty swoim zakresem mogą obejmować jeden lub więcej przedmiotów. Pozwalają na współdziałanie szkoły ze środowiskiem lokalnym oraz na zaangażowanie rodziców uczniów”³.

Pozwólmy uczniom działać, prowadzić eksperymenty przyrodnicze, realizować projekty badawcze.

Uczenie **metodą projektu ze strategią PBL** (ang. *Problem Based Learning*) otwiera pytanie poznawcze skierowane do uczniów, wymagające od nich zgłębienia kluczowych dla danej dziedziny pojęć i zagadnień, a na koniec zaobserwowania ich w otaczającym świecie. Uczniowie samodzielnie identyfikują także wiadomości i umiejętności, których opanowanie jest niezbędne do rozwiązania postawionego problemu. Sprawia to, że uczniowie „uczą się, jak się uczyć” oraz współpracują w zespołach, poszukując rozwiązania problemów, z którymi stykają się w świecie pozaszkolnym. Problemy te mają zaciekać uczniów i zaangażować ich w działalność poznawczą.

Wśród cech dobrego projektu można wymienić: cele są jasno określone i możliwe do osiągnięcia; umożliwia nauczanie się czegoś nowego oraz użytecznego, często w wymiarze interdyscyplinarnym łączącym zagadnienia z różnych dziedzin; jest dobrze rozplanowany w czasie, ustalone są terminy realizacji poszczególnych etapów i całości projektu; zadania są jasno rozdzielone pomiędzy uczniów zgodnie z ich zainteresowaniami, predyspozycjami i możliwościami, uczniowie pracują samodzielnie, korzystając tylko z konsultacji nauczyciela; znane są kryteria oceny, a rezultaty pracy są prezentowane publicznie.

Podczas prezentacji publicznej istotna jest wizualizacja. Zastanówmy się, jakie korzyści daje uczniom? Stwarza okazję do przedstawienia wyników pracy poszczególnych zespołów

i ich natychmiastowego porównania, umożliwia pogrupowanie argumentów w poszczególne kategorie, z którymi uczniowie mogą się naocznie zapoznać, pozwala uczniom wypowiedzieć się na dany temat za pomocą obrazu, uaktywnia i skupia ich uwagę w znacznie większym stopniu niż tradycyjne formy podsumowania pracy.

W jaki sposób uczniowie mogą dokonać wizualizacji swojej pracy? Wymienimy kilka przykładów: zapisanie wyników pracy poszczególnych grup na tablicy; zastosowanie „mówiącej ściany” poprzez przyklejenie do tablicy karteczek samoprzylepnych, na których uczniowie zapisali np. swoje pomysły; wykonanie na tablicy/flipchart mapy skojarzeń; wykonanie rysunku, schematu, żartu rysunkowego itp.; zapisywanie wyników pracy grupowej na papierze flipchart i wywieszenie ich na ekspozycyjnym miejscu w sali; wykonanie gazetki/wystawy klasowej; operowanie przestrzenią, gdy uczniowie grupują się w celu wykonania zadania w odpowiednich miejscach w sali; prezentacja przebiegu/wyników prowadzonych eksperymentów; przygotowanie i pokaz prezentacji multimedialnej; wyświetlanie filmów wykonanych przez uczniów i in. (np. foldery, plakaty, seminaria i referaty dla lokalnej społeczności).

Jak zaaranżować przestrzeń? O czym pamiętać przy tworzeniu modelu pracowni przyrodniczej? Jak ją wyposażać?

Zgodnie z informacją podaną na stronie <https://men.gov.pl> „niebawem zostanie uruchomiony projekt »Laboratorium«, który zakłada nowoczesny sposób kształcenia uczniów klas IV–VIII szkół podstawowych i kładzie nacisk na samodzielne poznawanie świata przez młodych ludzi dzięki obserwacji i eksperymentowaniu. Będzie to możliwe m.in. przez doposażenie szkół podstawowych, szczególnie tych, które nie posiadały dotychczas specjalistycznych pracowni, w sprzęt i materiały wspierające nauczanie nie tylko przyrody, ale również biologii, geografii, fizyki i chemii. Warto zaznaczyć, że w 2016 r. pracownie przedmiotowe posiadało zaledwie 18 procent szkół podstawowych i 27 procent gimnazjów”⁴.

Przykładowe wyposażenie pracowni przedmiotowej. W sali lekcyjnej: tablica tradycyjna, tablica interaktywna, tablica flipchart, komputer z zestawem głośników z dostępem do internetu,

rzutnik multimedialny, ekran, stojaki na plansze. Szafy przeszklone z szufladami i półkami z opisanymi pomocami dydaktycznymi, np. przewodniki, klucze do oznaczania gatunków, atlasy, filmy, zdjęcia, plansze poglądowe, proste teksty popularnonaukowe, modele zakupione i wykonane przez uczniów, kolekcje okazów, hodowle. Przedmioty stanowiące wyposażenie dydaktyczne sali powinny znajdować się w zasięgu wzroku uczniów, tak aby mieli do nich łatwy dostęp. W sali powinien być kącik do stałej prezentacji prac uczniów, miejsce do ekspozycji czasowej prac wykonanych podczas lekcji. W sali powinna być tablica ogłoszeń, na której zawieszamy aktualne informacje usprawniające prowadzenie zajęć, np. wykaz literatury, eksperymentów, projektów.

Uczniowie powinni mieć swobodny dostęp do książek, czasopism, publikacji popularnonaukowych zgromadzonych w sali oraz do stanowiska eksperymentatora, gdzie mogliby wykonywać proste eksperymenty po ukończeniu zadań wyznaczonych przez nauczyciela. Na zapleczu gromadzimy: przyrządy pomiarowe, przyrządy optyczne, preparaty mikroskopowe, sprzęt laboratoryjny oraz odczynniki chemiczne odpowiednio opisane i zabezpieczone, środki czystości, środki ochrony, niektóre modele, okazy czy hodowle.

Równie istotne w projektowaniu szkolnej przestrzeni jest **ustawienie stolików** w pracowni przyrodniczej: np. **laboratoryjne**, sprzyjające pracy w parach, uczniowie siedzą naprzemiennie, naprzeciwko siebie; **w podkowę**, ułatwia komunikację ze wszystkimi uczniami, nauczyciel ma swobodny dostęp do każdego ucznia, co sprzyja indywidualizacji pracy, ma bezpośredni dostęp do czynności wykonywanych przez uczniów, monitoruje ich pracę; **w kwadrat**, które tworzy przestrzeń do dyskusji i wymiany poglądów; **w grupach** sprzyja zajęciom warsztatowym, pracy metodą projektu, umożliwia współpracę w zespole. Nauczyciel powinien tak zaprojektować przestrzeń, aby wykorzystać atuty pracowni przedmiotowej do efektywniejszego procesu edukacyjnego.

Jako podsumowanie warto przypomnieć zastosowanie głównych zasad nauczania wg Wincentego Okonia⁵ w nauczaniu przedmiotów przyrodniczych.

Zasada strukturalnego nauczania, czyli zasada systematyczności nauczania,

w której ważna jest logiczna kolejność opracowywanego materiału, nawiązania do materiału już znanego uczniom, integracja poszczególnych partii w całość i systematyczna kontrola postępów nauczania oraz zasada systemowości pozwalająca odkrywać związki i cechy, np. w systematyce czy anatomii.

Zasada poglądowego nauczania poszczególnych elementów. Ta zasada bazuje głównie na wzrokowym przekazie informacji. Nakłada na nauczyciela obowiązek wykorzystania środków dydaktycznych związanych z obserwacją, np. okazy roślin i zwierząt, preparaty trwałe, zestawy doświadczalne, plansze, modele i in.

Zasada stopniowania trudności wskazuje na konieczność przetwarzania wiedzy z poziomu akademickiego na odpowiedni poziom szkolny, co oznacza np.: dobieranie, selekcjonowanie właściwych „dawek wiedzy” podawanych na poszczególnych jednostkach lekcyjnych, dopasowanych do poziomu intelektualnego uczniów, etapu rozwoju, zainteresowań.

Według **zasady samodzielności**, uczeń powinien brać udział w kontroli własnej pracy. Samodzielność myślenia, planowanie przebiegu działania, realizacja oraz sprawdzenie efektów, do tych procesów potrzebna jest dobrze rozwinięta zdolność obserwacji oraz wyobraźnia niezwykle ważna w eksperymentowaniu, projektowaniu, modelowaniu procesów przyrodniczych.

Zasada wiązania teorii z praktyką. Teoria daje uczniom możliwość poznania świata, praktyka zaś uwzględnia oddziaływania na ten świat. Proces dydaktyczny powinien być prowadzony tak, żeby definicje, prawa, reguły będące podstawą działań uczniów, były wytworem ich własnej aktywności.

Zasada efektywności kształcenia. Informacje encyklopedyczne dezaktualizują się szybko. Lekcje należy planować z wykorzystaniem elementów pozwalających na powtarzanie, utrwalanie i integrowanie wiadomości uczniów, z uwzględnieniem nauczania problemowego, planowania rozwiązania problemu, uzasadniania postawionych hipotez, a ich weryfikacja w działaniu powoduje, że uczniowie korzystają ze zdobytej już wiedzy.

Słowa kluczowe: kompetencje, nauczanie przedmiotów przyrodniczych.

PRZYPISY:

- ¹ Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie. Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 r. – załącznik: Europejskie ramy odniesienia kompetencje kluczowe.
- ² E. Petlak, J. Zajacova, *Rola mózgu w uczeniu się*, Kraków 2010.
- ³ Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. (Dz.U. poz. 356) w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej, s. 14.
- ⁴ <https://men.gov.pl/ministerstwo/informacje/list-minister-edukacji-narodowej-do-dyrektorow-i-nauczycieli.html> (dostęp: 5.03.2018). List Minister Edukacji Narodowej do dyrektorów i nauczycieli z dnia 16 lutego 2018 r.
- ⁵ W. Okoń, *Wprowadzenie do dydaktyki ogólnej*, Warszawa 1998.

BIBLIOGRAFIA:

<https://men.gov.pl/ministerstwo/informacje/list-minister-edukacji-narodowej-do-dyrektorow-i-nauczycieli.html> (dostęp: 5.03.2018). List Minister Edukacji Narodowej do dyrektorów i nauczycieli z dnia 16 lutego 2018 r.

Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie. Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 r. – załącznik: Europejskie ramy odniesienia kompetencje kluczowe.

Okoń W.: *Wprowadzenie do dydaktyki ogólnej*. Warszawa: Wydawnictwo Akademickie ŻAK, 1998. ISBN 83-01-06138-3.

Petlak E., Zajacova J.: *Rola mózgu w uczeniu się*. Kraków: Petrus, 2010. ISBN 978-83-61533-67-2.

Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. (Dz.U. poz. 356) w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej, s. 14.

* * *



Jolanta Czuchnowska – nauczyciel konsultant ds. zarządzania oświatą, edukacji wczesnoszkolnej, przyrody i biologii w MCDN ODN w Krakowie.

Moje sposoby na oswajanie uczniów z chemią

GRZEGORZ HUDZIAK

Chemia to przedmiot sprawiający uczniom trudność, przez co łatwo zniechęcają się do niego. Rolą nauczyciela jest odwrócić ten proces i sprawić, aby przedmiot okazał się dla nich zrozumiały.

Uczę chemii w liceum od 2010 r. Z biegiem lat obserwowałem uczniów, ich zdolności, reakcje na mój sposób wykładania materiału i prowadzenia lekcji. W moim odczuciu chemia jest przedmiotem dość specyficznym – jest nauką przyrodniczą, ale mieści w sobie też pewne elementy nauki ścisłej. To sprawia, że jest to przedmiot, który czasami, obok matematyki i fizyki, wywołuje niezbyt przyjemne skojarzenia wśród młodych ludzi. Ucząc w szkole średniej, obserwuję uczniów przychodzących z różnych gimnazjów. Poziom przygotowania młodych ludzi, jak i również zainteresowanie chemią są bardzo zróżnicowane. To sprawia, że początki w liceum są dla uczniów dość ciężkie.

Każdy nauczyciel przedmiotów przyrodniczych wie, że sposób prowadzenia lekcji trzeba dostosować do odbiorcy. Inaczej chemię prowadzi się w klasie, gdzie stanowi ona przedmiot rozszerzony, zupełnie inaczej w klasie o profilu podstawowym.

Od roku szkolnego 2012/2013 chemia jest realizowana tylko w klasie pierwszej w zakresie podstawowym. Jedynie klasy

o profilu chemicznym kontynuują naukę do końca szkoły ponadgimnazjalnej. Materiał z chemii w zakresie podstawowym ma stanowić podsumowanie wiadomości zdobytych w gimnazjum i odnieść się do zastosowania ich w życiu codziennym. Czasami może też przysparzać pewnych problemów.

Każdy nauczyciel przedmiotów przyrodniczych wie, że sposób prowadzenia lekcji trzeba dostosować do odbiorcy.

Przykładem niech będzie zagadnienie związane ze zmianą pH gleby przez stosowanie odpowiednich nawozów sztucznych. W przypadku gdy uczeń zadaje pytanie, dlaczego azotan (V) amonu jako nawóz obniża pH gleby, ciężko jest wytłumaczyć to zjawisko bez omówienia hydrolizy soli – problem tym większy, że hydrolizy soli nie ma w podstawie programowej gimnazjum. W klasach chemicznych można krótko odpowiedzieć, że przyczynę poznają w dalszym toku nauki. Problem pozostaje praktycznie

bez rozwiązania w klasach „niechemicznych”. Wprowadzenie pojęcia hydrolizy jest dość trudne bez wiadomości o mocy elektrolitów i teorii kwasów i zasad. Na takie informacje potrzeba dużo czasu, co przy wymiarze jednej godziny w tygodniu jest niemożliwe do zrealizowania. Powoduje to, że uczniowie przyjmują na tzw. „wiarę”, że tak musi być.

Nie zmienia to faktu, że zagadnienia poruszane na poziomie podstawowym dają wiele możliwości do przeprowadzenia lekcji, z której młodzi ludzie dużo wyniosą. Jako przykład mogę podać tematykę źródeł energii. Temat ten jest idealny do przeprowadzenia dyskusji z uczniami lub nawet urządzenia debaty. Najczęściej prowadzę to zagadnienie pod hasłem – źródła energii a sprawa polska. Lekcja toczy się na zasadzie rozmowy z uczniami, aby zastanowili się nad możliwościami wykorzystania w kraju innych źródeł energii niż spalanie węgla. Mają pewne wiadomości na temat surowców energetycznych i alternatywnych źródeł energii z lekcji geografii, nie mówiąc już o informacjach pozyskanych w mediach. Na ogół dyskusja przebiega dość żywiołowo. Uczniowie prześcigają się w argumentach za i przeciw określonym rozwiązaniom.

W przypadku poziomu rozszerzonego oprócz zagadnień przyrodniczych, opisowych, występują też elementy rachunkowe: obliczenia stechiometryczne, dotyczące stężeń roztworów, kinetyczne, równowagowe oraz reakcji i równowag w roztworach wodnych. Z biegiem lat sposób prezentowania poszczególnych zagadnień ulega modyfikacji.

W przypadku omawiania właściwości pierwiastków chemicznych, jak również ich związków, można wpłacać różne ciekawostki dotyczące tematu. Cenne z mojego punktu widzenia są informacje zdobyte dzięki technologii chemicznej. Zawsze omawiając litowce i berylowce, wspominam o metodzie Solvaya jako ciekawym przykładzie



Fot. M. Grewenda

wykonania nie wprost reakcji wymiany podwójnej między węglanem wapnia a chlorkiem sodu. Omawiając związki azotu, wspominam o syntezie Habera, co też jest bardzo dobrym tematem do przypomnienia młodzieży zagadnień związanych ze stanem równowagi (głównie pod kątem reguły przekory). Przy związkach siarki omawiam pokrótce metodę kontaktową otrzymywania kwasu siarkowego (VI), co również jest dobrym sposobem do przypomnienia zagadnień z równowag, ale też do pokazania, jak ciekawą, a zarazem trudną dyscypliną jest technologia chemiczna. Przykładem tu jest reakcja konwersji tlenku siarki (IV) do tlenku siarki (VI).

Pewne elementy można przedstawić, odwołując się do przykładów z życia codziennego, stosując porównanie. W miarę zrozumienia istoty sprawy przez uczniów można zacząć przekładać nazewnictwo na język chemiczny. Przykład: podczas omawiania mechanizmu działania katalizatora stosując porównanie, jakiego sam słuchałem, będąc uczniem. Wyobraźmy sobie, że w pewnym liceum jest koleżanka A (czyli substrat A) oraz kolega B (czyli substrat B). Wszyscy wiedzą, że darzą się nawzajem sympatią, ale ponieważ są nieśmiali, rzadko ze sobą rozmawiają (reakcja ciężko zachodzi). Widzi to ich dobra koleżanka K (katalizator) i postanawia działać. Umawia się z koleżanką A na rynku pod pretekstem omówienia ważnej sprawy na 16:30. Moment później umawia się z kolegą B na rynku pod tym samym pretekstem. Koniec końców cała trójka się spotyka, chwilę ze sobą wspólnie rozmawiają, po czym koleżanka K stwierdza, że musi szybko iść, ponieważ ma ważną sprawę do załatwienia i zostawia ich samych – czyli katalizator związał się z substratem A, tworząc kompleks aktywny, po czym łączy się z substratem B, tworząc kompleks aktywny, a następnie kompleks rozpada się tworząc substrat, a katalizator jest wydzielony z układu. Takie porównanie pozwala uczniom zrozumieć, że katalizator bierze udział w reakcji, ale nie zużywa się.

Niewątpliwie, **atrakcyjność lekcji podnosi wykonywanie doświadczeń**. Dobrze, gdy szkolna pracownia posiada podstawowe odczynniki chemiczne i szkło laboratoryjne. Najlepiej, gdy uczniowie mogą wykonać doświadczenie. Oczywiście nie wszystkie, choćby



Fot. M. Grewenda

przez wzgląd na bardziej niebezpieczne odczynniki (np. stężone kwasy). Niemniej, uczeń zdecydowanie lepiej zapamięta eksperyment, jeśli sam może go wykonać i sam na żywo widzi jego efekty. Wiadomo, że jest to trudne w warunkach szkolnych, rzeczą niemożliwą jest przygotowanie trzydziestu stanowisk dla uczniów. Można jednak pokusić się o pracę w grupach. Dzięki temu wszyscy w zespole widzą, co się dzieje. Przeprowadzanie pokazu w 30-osobowym oddziale jest ciężkie, choćby z tego względu, że nie zawsze wszyscy mogą zauważyć to, na co powinni zwrócić uwagę. Praca w małych grupkach przy doświadczeniach typu reakcje strącania osadów lub wypierania słabych, lotnych elektrolitów daje lepsze rezultaty niż pokaz przy całej klasie. W mniejszym zespole młodzi ludzie lepiej widzą efekty swoich działań.

Uczeń zdecydowanie lepiej zapamięta eksperyment, jeśli sam może go wykonać i sam na żywo widzi jego efekty.

Czasami uczniowie sami mogą zaproponować dość ciekawe doświadczenie. W klasie maturalnej powstało pytanie: skoro sacharoza jest disacharydem hydrolizującym, a proces zachodzi pod wpływem temperatury w kwaśnym środowisku, czy pijąc herbatę z cytryną i cukrem pijemy już mieszaninę trzech cukrów? Uczniowie przynieśli cytrynę na zajęcia, ugotowali w zlewce wodę, wsypali łyżeczkę cukru i wkroili plaster cytryny. Po odestaniu mieszaniny i jej ostudzeniu pobrano próbkę i przepe-

wadzono próbę Trommera, która dała wynik pozytywny. W ten sposób uczniowie sami postawili problem badawczy, następnie hipotezę i ją zweryfikowali.

Samo szkło laboratoryjne jest już cennym środkiem dydaktycznym. Warto przy omawianiu stężeń roztworów i opisywaniu sporządzania roztworów o zadanym stężeniu i objętości pokusić się o utworzenie zadania praktycznego dla uczniów i zapoznaniu ich z zasadami działania podstawowego szkła laboratoryjnego do pobierania roztworów (pipety jedno i wielomiarowe, cylindry miarowe). Sporządzanie roztworu o zadanym stężeniu i objętości można prowadzić na zajęciach, korzystając ze zwykłej wody wodociągowej. Jest to bezpieczne, a przy okazji można spokojnie dać młodzieży pracować ze szkłem. Każdorazowo w takich sytuacjach uczniowie zapoznają się z zasadami pobierania roztworu za pomocą pipety jedno- i wielomiarowej, odmierzania roztworu cylindrem miarowym, po czym sami wykonują próbne pobierania. Pozwala im to uczyć się, chociaż w pewnym stopniu, praktyki laboratoryjnej, a przy okazji lepiej zapoznają się z podstawowym szkłem stosowanym w laboratorium.

Ważnym elementem jest również przeprowadzanie obliczeń chemicznych. Problem dotyczy przede wszystkim stechiometrii, stężeń oraz obliczeń związanych z równowagami w roztworach wodnych. Sięgając do przykładu obliczeń stechiometrycznych, pierwszym problemem może być pojęcie mola. Uczeń po lekcji powinien wiedzieć, że jest to jednostka liczności

materii, a nie masy. Dobrze jest przed wprowadzeniem pojęcia przypomnieć znane powszechnie jednostki liczności (tuzin, kopa). Młody człowiek w ten sposób lepiej przyswaja sobie różnicę między liczącością a masą. Niebagatelne jest tu też to, że operujemy wtedy liczbami łatwymi do wyobrażenia, uczeń nie ma problemu ze zobrazowaniem sobie dwunastu sztuk jakiegoś obiektu lub sześćdziesięciu. Niewątpliwie ważna jest też ilość przerobionych zadań, zarówno tych omówionych przez nauczyciela, jak również rozwiązywanych samodzielnie przez ucznia, ale istotne jest także pokazanie uczniom, że pewne problemy można rozwiązać na różne sposoby.

Niekiedy można próbować wprowadzić trochę elementów współzawodnictwa: urządzić mały konkurs na lekcji. Uczniowie rozwiązują zadania w zeszycie, a trzy poprawnie wykonane przykłady nauczyciel nagradza oceną bardzo dobrą za pracę na lekcji. Oczywiście można to zastosować po odpowiednim wprowadzeniu do tematu, jak również dobraniu właściwego stopnia trudności zadania. Czasami przy zadaniach rachunkowych uczniowie potrafią sami wymyślić dość ciekawy sposób rozwiązania danego polecenia, czego miałem okazję doświadczyć.

To, co powyżej opisałem, stanowi część tego, co wypracowałem i wciąż wypracuję. Nauczanie jest procesem ciągłym, podlegającym zmianom. Nie wykluczone, że metody, które stosuję dziś, zostaną z czasem zmodyfikowane lub wyparte przez inne. Sposób uczenia to nie metoda dla samej metody, lecz sposób na lepsze zrozumienie i zainteresowanie ucznia przedmiotem. Musimy jednak pamiętać, że metody nauczania zawsze muszą być dostosowane do konkretnego odbiorcy. Mając na uwadze pojawienie się kolejnego – absolwenta po 8-letniej szkole podstawowej – sądzę, że zmiany będą jak najbardziej zasadne.

Słowa kluczowe: chemia, nauczanie chemii.

* * *



Grzegorz Hudziak – absolwent Politechniki Krakowskiej, nauczyciel chemii w I Liceum Ogólnokształcącym im. B. Nowodworskiego w Krakowie od 2010 r. W roku szkolnym 2015/16 dodatkowo nauczyciel w Zespole Szkół Chemicznych im. Marii Skłodowskiej-Curie w Krakowie.

Geoedukacja – Muzeum jako narzędzie dla nauczycieli

PIOTR OLEJNICZAK

Nauczyciele są obciążeni pracą i dodatkowymi obowiązkami wynikającymi ze zmieniających się przepisów prawa oświatowego. Obecnie muzea pozostają nie tylko świątyniami kultury, ale także – tak jak w przypadku Muzeum Geologicznego ING PAN – narzędziem wspomagającym nauczycieli w ich codziennej pracy.

Organizatorem Muzeum Geologicznego jest Instytut Nauk Geologicznych PAN w Warszawie, a siedzibą – Ośrodek Badawczy ING PAN w Krakowie. Nasze Muzeum to obecnie jedyne działające w Małopolsce muzeum geologiczne ze stałą ofertą edukacyjną skierowaną do grup z każdego przedziału wiekowego (od przedszkola po uniwersytet III wieku).

Muzeum Geologiczne ING PAN ulokowane jest przy ul. Senackiej 3 w Krakowie, w bezpośrednim sąsiedztwie Muzeum Archeologicznego. Historia Muzeum sięga lat 50. XX w., jednak placówka posiada zbiory i kolekcje, które pochodzą nawet z drugiej połowy XIX w. Nasze Muzeum posiada zbiory geologiczne gromadzone od 1865 r., początkowo przez Komisję Fizjograficzną utworzoną przy Towarzystwie Naukowym Krakowskim, następnie przez Dział Geologiczny Akademii Umiejętności, a od 1921 r. przez Muzeum Przyrodnicze PAU. Po utworzeniu w 1954 r. Polskiej Akademii Nauk część zbiorów znalazła się w Pracowni Geologiczno-Stratygraficznej, z której wywodzi się dzisiejsze Muzeum.

Muzeum nie należy do dużych, ponieważ wystawa stała o tytule: „Budowa geologiczna obszaru krakowskiego” mieści się na 100 m². Wystarcza to jednak, aby w sposób popularnonaukowy ukazać przeszłość geologiczną naszego miasta i jego okolic. Ekspozycja stała podzielona została na 3 części, które wzajemnie się uzupełniają:

- stratygraficzno-litolologiczną,
- paleontologiczną,
- oraz część poświęconą tektonice, rzeźbie i historii poznania budowy geologicznej obszaru.

Autorem ekspozycji jest, niestety, już nieżyjący prof. dr hab. Ryszard Graczyński – światowej sławy sedymentolog.

Ogromną zaletą wystawy, często podkreślaną w opiniach, które można znaleźć na różnych stronach internetowych, jest to, że na specjalnych stolikach przygotowane są okazy, które można wziąć do ręki. Geologii nie można poznać, bazując tylko na teorii, a w ten sposób przygotowane eksponaty są dostępne dla każdej osoby odwiedzającej nasze Muzeum.

Obok podstawowej działalności archiwizacyjnej, bardzo duże znaczenie ma udostępnianie zbiorów do celów badawczych, dydaktycznych i popularyzatorskich. Od wielu lat całe kolekcje, czy też pojedyncze okazy są przedmiotem badań naukowych. Nierzadko stanowią materiał do prac magisterskich, doktorskich oraz grantów. Prezentowane, jak również przechowywane w Muzeum zbiory zyskują na wartości m.in. ze względu na to, że okazy pochodzą z miejsc, które z różnych powodów nie są już dostępne. Ich ponowne pozyskanie w praktyce nie jest już możliwe.

W 2003 r. Muzeum nawiązało współpracę z Małopolskim Ośrodkiem Doskonalenia Nauczycieli. Skutkiem podjętych działań był wzrost zainteresowania nauczycieli przedmiotów matematyczno-przyrodniczych stałą wystawą pt. „Budowa geologiczna obszaru krakowskiego”, co przełożyło się na włączenie ekspozycji w program nauczania w wielu szkołach krakowskich. Od 2003 r. do końca stycznia 2018 r. w Muzeum odbyły się 563 lekcje muzealne, często połączone z warsztatami, w których uczestniczyło łącznie 12 527 uczniów ze szkół różnego etapu nauczania.



Uczniowie w czasie zajęć w Muzeum Geologicznym ING PAN, fot. P. Olejniczak

Biorąc pod uwagę statystyki z ostatnich lat, rola naszego Muzeum w edukacji wzrasta. W ciągu ośmiu lat ilość grup szkolnych korzystających z oferty muzeum uległa więcej niż podwojeniu. Jest to związane z wieloma czynnikami. Jednym z ważniejszych jest fakt, że zajęcia w naszym Muzeum łączą w przystępny sposób treści merytoryczne z aktywnymi metodami pracy opartymi na edukacji nieformalnej, dającymi możliwość bezpośredniego kontaktu z okazami i poznawania ich przez dotyk. Uzupełnieniem zajęć kameralnych, w zależności od zapotrzebowania, są wycieczki terenowe prowadzone w obrębie Starego Miasta w Krakowie. W trakcie spaceru w obrębie zabytkowej części miasta uczniowie poznają skały, które zostały wykorzystane w architekturze – tej historycznej, jak również i we współczesnej. Spacer „Szlakiem kamiennych zabytków Krakowa” staje się coraz popularniejszy, ponieważ trwa on zazwyczaj nie dłużej niż godzinę, nie jest uciążliwy, biorąc pod uwagę sam przebyty dystans, a przede wszystkim daje możliwość popatrzenia na zabytki grodu Kraka z zupełnie innej, niecodziennej perspektywy.

Kolejnym istotnym czynnikiem wpływającym na wzrost zainteresowania jest wpisywanie się tematyki prowadzonych zajęć w program nauczania dla szkół. Bardzo elastyczne podejście pracowników Muzeum pozwala na dostosowanie treści lekcji muzealnych do aktualnych potrzeb nauczyciela, związanych z omawianymi w szkole zagadnieniami. W ostatnich dwóch latach najczęściej poruszonymi zagadnieniami były: budowa Ziemi, procesy endo-

i egzogeniczne, podstawy geologii, podstawy paleontologii, tektonika, dzieje Ziemi, skamieniałości, minerały i skały, wulkany, meteoryty oraz dinozaury i wielkie wymierania. Nowością jest wykorzystanie wystawy przez nauczycieli kilku krakowskich liceów do przeprowadzenia fakultetów maturalnych. Aby wspomóc nauczycieli, Muzeum przygotowało specjalne karty pracy, które nieodpłatnie można wykorzystać w czasie takich zajęć.

Muzeum udostępnia też wystawę dla nauczycieli posiadających autorski program nauczania. Niezależnie prowadzone są specjalne, dedykowane dla nauczycieli lekcje i konsultacje, w czasie których mają oni szansę uzupełnić, lub uaktualnić stan swojej wiedzy w zakresie geologii. W konsekwencji, wielu nauczycieli zaczęło wykorzystywać stałą ekspozycję do przeprowadzania własnych, samodzielnych zajęć.

W latach 2008–2015 Muzeum uczestniczyło w nowatorskich projektach edukacyjno-popularyzatorskich, takich jak EduScience, Wirtualne Muzea Małopolski, ATLAB, których celem było zwiększenie dostępności do wiedzy i nauki szerokiemu gronu odbiorców.

Najistotniejszym projektem dla Muzeum okazał się projekt EduScience realizowany w latach 2011–2015, skierowany do uczniów i nauczycieli szkół od I do III etapu nauczania, którego celem było utworzenie narzędzi edukacyjnych dostępnych non stop (online). Produktem finalnym owego projektu jest nowatorska platforma edukacyjna, umożliwiająca korzystanie z istniejących materiałów, uczestnictwo w lekcjach online prowadzonych przez

dydaktyków i naukowców oraz kontakt „na żywo” z polskimi badaczami ze stacji polarnych „Arctowski” i „Hornsund”. Ponadto platforma daje wsparcie metodyczne nauczycielom, udostępnia wiele narzędzi interaktywnych, wykorzystujących także interaktywne tablice multimedialne, gry edukacyjne i zasoby dydaktyczne.

W czasie trwania projektu Muzeum realizowało specjalne zajęcia, będące połączeniem warsztatów muzealnych i wycieczek terenowych, w których wzięło udział 1 538 uczniów oraz lekcje muzealne online mające ponad 4 000 odbiorców. Oprócz platformy utworzony został portal przyrodniczy, na którym dydaktycy biorący udział w projekcie na bieżąco umieszczają artykuły, prezentowane w formie blogów popularnonaukowych. Natomiast uczniom portal pozwala samodzielnie przeglądać dostępne materiały, a także daje im możliwość uczestnictwa w badaniach poprzez monitoring przyrodniczy i dedykowane doświadczenia i eksperymenty.

Projekt Wirtualne Muzea Małopolski, realizowany z Małopolskim Instytutem Kultury, pozwolił na wprowadzenie w przestrzeń wirtualną eksponatów nieudostępnianych na co dzień, jak np. największe okazy meteorytów, unikatowe skamieniałości czy minerały. WMM to eksponaty w formie 3D i 2D, uzupełnione tekstami, interpretacjami, ćwiczeniami oraz nagraniami audio, w tym przeznaczone dla osób niewidomych i słabowidzących specjalne nagrania w technice audiodeskcrypcji. Korzystając z portalu muzea.malopolska.pl, odbiorcy mają możliwość interaktywnego wykorzystania obiektów.

Dzięki kolejnemu projektowi ATLAB, realizowanemu przez Instytut Nauk Geologicznych PAN, Muzeum włączyło się w realizację filmów edukacyjnych, dostępnych za pośrednictwem kanału Youtube. Aby lepiej wytłumaczyć procesy zachodzące w przyrodzie, powstało szereg modeli geologicznych (czynny wulkan, zegar czasu, kalendarz geologiczny, model sedymentacyjno-tektoniczny), które w każdej chwili mogą zostać wykorzystane przez nauczyciela, oraz drukowane materiały pomocnicze (tabele stratygraficzne, plansze „Historia Ziemi”, kalendarz geologiczny, a dla najmłodszych – spirala czasu, będącą wycinanką) nieodpłatnie upowszechniane przez Muzeum.



Uczniowie w czasie zajęć w Muzeum Geologicznym ING PAN, fot. P. Olejniczak

Materiały te wykorzystywane są również w trakcie realizacji wydarzeń specjalnych, takich jak Noc Muzeów czy Małopolska Noc Naukowców.

Muzeum wielokrotnie wspomagało szkoły w ich własnych projektach urozmaicających edukację. Takim sposobem w 2015 r. odbyły się 3 spotkania w Muzeum zainicjowane przez nauczycieli Szkoły Podstawowej nr 114 w Krakowie traktujące o Indonezji od strony geologicznej. W czasie lekcji muzealnej pt. „Wulkany Indonezji” uczniowie, jak również nauczyciele, mogli poznać ciekawostki dotyczące zjawisk wulkanicznych jednego z najaktywniejszych wulkanicznie krajów na świecie, a także poznać wiele rodzajów skał wulkanicznych poprzez bezpośredni kontakt z nimi. W latach 2016–2017 Muzeum wspierało projekt Społecznej Szkoły Podstawowej nr 4 STO im. Juliusza Słowackiego w Krakowie pt. „Historie w kamieniach zakłète” w ramach programu Erasmus+. Wsparcie polegało ponownie na przeprowadzeniu lekcji muzealnych oraz dodatkowo wycieczek terenowych o dostosowanej do projektu tematyce.

W ubiegłym roku w wyniku reformy edukacji i wprowadzenia nowej podstawy programowej usunięte zostały tematy związane z historią i budową Ziemi oraz Układu Słonecznego. Autorzy podstawy uznali, że uczeń szkoły podstawowej nie musi poznawać budowy naszej planety, ale powinien wyjaśniać, co to są płyty litosfery i jak funkcjonują wulkany oraz procesy sejsmiczne. Nauczyciele, mając pewną swobodę w doborze zagadnień, mogą poruszać te tematy w szkole, jak również mogą skorzystać z oferty Muzeum i przeprowadzić ta-

kie zajęcia sami lub też zaproponować uczniom udział w lekcji muzealnej. Lekcje muzealne są o tyle korzystne, że można je włączyć w tok wycieczki szkolnej, gdzie Muzeum może stanowić jeden z jej punktów.

Muzeum Geologiczne to nie tylko miejsce, które służy do oglądania uniikatowych okazów skał, minerałów czy skamieniałości. W obecnych czasach jest to również potężne narzędzie dla nauczycieli i wykładowców, które umożliwia przekazanie trudnej tak naprawdę wiedzy poprzez bezpośredni kontakt uczniów z eksponatami, które można brać do ręki, a nawet, jeśli zajdzie taka potrzeba – dosłownie ugryźć. To również miejsce, w którym nauczyciel otrzymuje wsparcie od specjalisty w zagadnieniach geologicznych, który będzie w stanie pomóc w wyjaśnieniu w łatwy i przystępny sposób różnorodnych zagadnień i procesów geologicznych.

Słowa kluczowe: geologia, przyroda, Muzeum Geologiczne, ING PAN.

* * *



Piotr Olejniczak – geolog, paleozoolog, absolwent Uniwersytetu Jagiellońskiego. Pracownik Muzeum Geologicznego ING PAN w Krakowie. Od 2009 r. działa aktywnie na rzecz popularyzacji nauki w Polsce. W latach 2011–2015 był dydaktykiem w największym projekcie edukacyjnym w Europie – Eduscience. W międzyczasie wielokrotnie wykładowca na Uniwersytecie III Wieku w Olskuszu, prowadzący zajęcia „Inspiracje” Fundacji „Uniwersytet Dzieci” oraz jako specjalista Żywej Biblioteki w Centrum Nauki Kopernik w Warszawie. Obecnie dyplomowany Kustosze. Prywatnie pasjonat fotografii, lotnictwa i wędrówek górskich.

Edukacja w Muzeum Inżynierii Miejskiej

— DR RAFAŁ SWORST —

Muzeum Inżynierii Miejskiej jest obecne na mapie Krakowa już 20 lat. Zostało utworzone w 1998 r. na terenie zabytkowej zajezdni tramwajowej przy ul. św. Wawrzyńca. Zbiory Muzeum to dawne tramwaje, samochody, motocykle, sprzęt RTV i AGD z okresu PRL. Od momentu powstania Muzeum jest silnie zaangażowane w edukację dzieci i młodzieży.

Muzeum było jednym z pionierów w obszarze wystaw interaktywnych w Polsce. Pierwszą taką ekspozycją była wystawa „Zabawy z nauką”, pokazywana do 2009 r. Zastąpiła ją ekspozycja „Wokół koła”, która prezentowana będzie do maja tego roku. Obecnie zwiedzać można jeszcze dwie wystawy interaktywne: „Więcej światła” oraz „To takie proste”. Pierwsza z wymienionych ekspozycji jest skupiona na świetle i jego sztucznych źródłach w postaci żarówek, świetlówek i diód LED. Stanowiska interaktywne podzielone są na trzy części. Część pierwsza pokazuje, czym jest światło widzialne w fizyce. Siedem stanowisk odnosi się do fal elektromagnetycznych od promieniowania gamma, przez światło widzialne, po fale radiowe. W tej części zwiedzający, za pomocą licznika Geigera Millera, może sprawdzić poziom promieniowania jonizującego kamienia przywiezionego z Kowar, gdzie znajdowała się kopalnia Uranu, obserwować substancje, które świecą w świetle ultrafioletowym, tworzyć kolorowe cienie czy generować i rejestrować fale radiowe. Druga część wystawy pokazuje, jak są zbudowane i jaka jest zasada działania żarówki, świetlóówki i diody

LED. W trzeciej części zwiedzający poznaje wady i zalety poszczególnych źródeł światła. Na zakończenie każdy może wziąć udział w quizie sprawdzającym zdobytą wiedzę. W razie problemów z pamięcią, model zbudowany z wykorzystaniem luster weneckich, podpowie, jaka jest poprawna odpowiedź. Do końca roku można zwiedzać wystawę czasową „To takie proste”. Jest to zbiór często skrajnie różnych zagadnień, które mają jeden cel: pobudzić do myślenia, odkrywania, twórczego zaskoczenia i konkluzji, że nauka może być fascynująca i prosta. Na wystawie można porozmawiać z programem komputerowym, stworzyć własny film poklatkowy, przetestować swoją pamięć, pokonać labirynt 3D czy strzelać do celu dzięki wykorzystaniu zjawisk fizycznych.

Od momentu powstania Muzeum jest silnie zaangażowane w edukację dzieci i młodzieży.

Od samego początku w Muzeum odbywają się lekcje nawiązujące do ekspozycji o tematyce technicznej i przyrodniczej dostosowane do wieku uczestników. Niesłabnącą popularnością cieszą się zajęcia, podczas których dzieci budują poduszkowiec napędzany odkurzaczem. Na zakończenie każdy odbywa przejażdżkę własnoręcznie zbudowanym pojazdem. Na innych zajęciach uczestnicy poznają zjawiska optyki, akustyki, astronomii, mechaniki, hydrostatyki. Tworzą własny papier czy wykorzystują dawne techniki drukarskie.

W najbliższych miesiącach na terenie Muzeum rozpocznie się wielka przebudowa, dzięki której przestrzeń ekspozycyjna powiększy się niemal dwukrotnie, a wszystkie budynki zostaną połączone jednym ciągiem komunikacyjnym. Będzie to możliwe dzięki adaptacji muzealnych podziemi. Mimo remontu, Muzeum nie zamyka się całkowicie i nadal będzie prowadzić działalność edukacyjną. Wszelkie informacje o dostępności poszczególnych ekspozycji i zajęć można sprawdzić na stronie www.mim.krakow.pl.

Ogród Doświadczeń im. Stanisława Lema jest parkiem edukacyjnym, który powstał w 2007 r. jako jedna z inicjatyw projektu „Nowa Huta – Nowa Szansa”. Znajduje się w południowo-



Muzeum Inżynierii Miejskiej, fot. B. Fidrych

-wschodniej części Parku Lotników Polskich, od strony Alei Pokoju. Od 2008 r. Ogród funkcjonuje w strukturze Muzeum jako jego oddział.

W Ogrodzie Doświadczeń znajduje się 70 modeli edukacyjnych zgrupowanych w działach: mechanika, akustyka, optyka, hydrostatyka, magnetyzm. Cechą ogrodowych urządzeń są stosunkowo duże rozmiary oraz fakt, że to najczęściej użytkownik staje się przedmiotem eksperymentu, odczuwając zjawiska fizyczne na własnym ciele. Huśtając się na huśtawkach sprzężonych, doświadczamy transferu energii, na platformie obrotowej poruszamy się w nieinercyjnym układzie odniesienia, w gigantycznym kalejdoskopie obraz naszej postaci odbija się w nieskończoność. Wszystkie te efekty pozwalają zupełnie inaczej spojrzeć na naukę, która w Ogrodzie staje się przede wszystkim dobrą zabawą.

Choć główna **ekspozycja** odnosi się do zjawisk fizyki, to warto również odwiedzić Ogród, kierując się potrzebami innych dziedzin nauki. Dział optyki zwraca uwagę na biologiczne aspekty mechanizmu widzenia, busola, zegar słoneczny, model Układu Słonecznego, pokazują zjawiska astronomii i geografii. Ogródek zapachów z kwiatami i ziołami może być pomocny w nauczaniu przyrody. Ogród można także odwiedzić w ramach zajęć z literatury. W zielonym labiryncie umieszczone są cytaty z dzieł Stanisława Lema.

Pasjonaci odległej przeszłości mogą obejrzeć i dotknąć 17 kilkuntonowych skał w ogródku geologicznym. Cechą wspólną zgromadzonych głazów jest ich obecność w architekturze Krakowa. Najczęściej są to rzeźby, kostka bru-

kowa, fasady budynków czy posadzki. Kiedy podziwiamy figury apostołów przy kościele św. Piotra i Pawła na ul. Grodzkiej, warto również wiedzieć, że wykonano je z wapienia pińczowskiego, miękkiej skały o dużym nagromadzeniu skamieniałości dawnego morza. Dla osób chcących poznać architekturę Krakowa właśnie w takim kontekście wydany został katalog, który zawiera informacje na temat pochodzenia skał, ich budowy, własności i miejsc, w których je wykorzystano. Spojrzenie na Kraków w ten nieszablony sposób może być okazją do przeżycia fascynującej przygody. O ileż ciekawsze i pełniejsze będzie zwiedzanie Wawelu i licznych rzeźb wykonanych z czarnego wapienia dębnickiego, jeśli poprzedzimy go wycieczką do nieczynnego kamieniołomu w miejscowości Dębnik pod Krzeszowicami, skąd wapień ten pochodzi.

W Ogrodzie można się zaopatrzyć w zabawki przybliżające prawa fizyki. Kołyska Newtona, balansujący ptak czy jo jo będą nie tylko pamiątką, ale również inspiracją do zgłębiania tajników nauki. W Ogrodzie każdy może wybić własną monetę. Aluminiowy krążek z emblematem Ogrodu ma ciekawą cechę – można go umieścić na powierzchni wody i nie zatonie, mimo faktu, że jego gęstość jest niemal trzykrotnie większa niż gęstość wody.

Lekcje w Ogrodzie Doświadczeń są uzupełnieniem zwiedzania głównej ekspozycji. Swoją tematyką nawiązują do zjawisk prezentowanych w Ogrodzie, wykorzystują również specyfikę miejsca, jakim jest parkowa przestrzeń. I tak uczestnicy zajęć wyliczają prędkość dźwięku w powietrzu, mierząc wcze-

śniej czas, jaki mija od błysku do huku granatu, który wybuchł w odległości 300 m („Wybuchowa lekcja”), trenują grę na trąbkach kibica, uzyskując natężenia dźwięku, które przyprawiają o zawrót głowy („Trąbka kibica”), poznają inne oblicza substancji, które zmieniają własności w skrajnie niskich temperaturach („Mroźne eksperymenty”), poszukują zaginionej szkatułki, w której znajduje się niespodzianka. Fani piłki nożnej mogą się dowiedzieć, na czym polega efekt Magnusa, który często powoduje, że bramkarz tylko bezradnie patrzy, jak piłka wpada do siatki („Piłki Einsteina”). Młodsze dzieci mogą stworzyć „Gumisiowy sok”, wykorzystując napoje o różnej gęstości lub bawić się balonikami, które są prawdziwą skarbnicą eksperymentów („Fizyka balonika”). Dla amatorów nocnej pory Ogród posiada w ofercie zajęcia „Ścieżka nocna”, które można połączyć z nocowaniem na terenie parku.

Każdego roku w Ogrodzie organizowana jest Lemoniada – konkurs inspirowany twórczością Stanisława Lema. Tegoroczna edycja konkursu czytelniczego podejmuje problematykę utworu *Pokój na Ziemi*. Do udziału w konkursie może przystąpić każdy. Do wygrania jest m.in. komplet dzieł Lema, składający się z 33 tomów. Szczegóły na temat konkursu dostępne są na stronie: <http://www.ogroddoswiadczen.pl/lemoniada-2018>

Corocznie siedzibę główną Muzeum Inżynierii Miejskiej i Ogród Doświadczeń im. S. Lema odwiedza 200 tysięcy zwiedzających. Świadczy to o niesłabnącej popularności edukacji wykorzystującej modele interaktywne. Własnoręcznie wykonany eksperyment ma ogromną wartość, szczególnie dziś, kiedy coraz więcej sfer naszego życia przenosi się na ekran smartfona lub komputera.

Słowa kluczowe: muzeum dla rodzin, inżynieria miejska, naukowe lekcje muzealne, doświadczenia fizyczne, zajęcia dla dzieci, zajęcia na świeżym powietrzu, doświadczenia dla dzieci.

* * *



Rafał Sworst – doktor fizyki, autor wystaw interaktywnych. Od 2009 r. kierownik Ogródu Doświadczeń im. S. Lema, oddziału Muzeum Inżynierii Miejskiej.

Skuteczne techniki uczenia się

DR URSZULA SAJEWICZ-RADTKE

Ludzki mózg ma niezwykle zdolności. Niestety przy narodzinach nie otrzymaliśmy do niego instrukcji obsługi. Każdy z nas zdaje sobie sprawę że uczenie się to ważna i potrzebna umiejętność. Niestety nie każdy z nas wie, jak uczyć się skutecznie. Wielu uczniów korzysta z zupełnie nieskutecznych technik, a przez to doświadcza frustracji i niepowodzeń.

Z badań wynika, że uczniowie bardzo często stosują strategie wielokrotnego czytania, podkreślania, czy też uczenia się dzień przed testem i uznają je za najskuteczniejsze w procesie przyswajania wiedzy (Bjork, Dunlosky i Kornell, 2013). Zaskakujące jest to, że badania nad skutecznymi technikami uczenia się nie potwierdzają tego przekonania. Tego typu techniki nazywane są „próżnym trudem” – uczeń wkłada w coś wiele wysiłku, ale niestety nie przynosi to oczekiwanego rezultatu (Oakley, 2015; Dunlosky, Rawson, Marsh, Nathan i Willingham, 2013).

Dlaczego uczniowie stosują nieskuteczne techniki zamiast korzystać z tych, które przynoszą znacząco lepsze rezultaty? Odpowiedź na to pytanie nie jest prosta. Jedną z przyczyn może być to, że podstawy programowe głównie koncentrują się na tym, *co* uczeń powinien wiedzieć. Niewielki akcent natomiast stawiany jest na to, *jak* uczeń powinien się uczyć.

Uczenie tego, *jak* się uczyć, w konsekwencji prowadzi do promowania najważniejszego aspektu edukacji – a więc uczenia się przez całe życie. Inną przyczyną tego, że uczniowie nie wiedzą, jak skutecznie się uczyć, może być to, że często w podręcznikach akademickich promowane są niewłaściwe strategie uczenia się lub opisy ich są niewystarczające i ogólnikowe. To powoduje, że nauczyciel nie wie, jak uczyć dzieci skutecznych strategii. Często też w codziennym procesie edukacyjnym brakuje czasu na testowanie i aplikowanie nowych strategii uczenia się. Wydaje się również, że w procesie edukacji nauczycieli nie kładzie się odpowiedniego akcentu na wagę uczenia dzieci odpowiednich strategii i technik uczenia się (Dunlosky i in., 2013).

Lata badań nad procesem uczenia się pozwoliły na wyodrębnienie tych strategii, które są najskuteczniejsze i mogą realnie pomóc w nauce. Poniżej przed-

stawiam **11 najczęściej wskazywanych strategii**, weryfikowanych w badaniach naukowych:

1. Ćwiczenia w przywoływaniu/Testowanie – samodzielne testowanie lub wykonywanie próbnych testów z materiału, którego się uczy.
2. Ćwiczenia rozłożone w czasie – rozłożenie nauki i ćwiczeń w czasie.
3. Ćwiczenia zróżnicowane – mieszanie różnych zagadnień i zadań lub w planie nauki uwzględnianie kilku dziedzin naraz.
4. Uzasadnianie – generowanie wyjaśnień do stawianych tez czy konceptów.
5. Wiązanie treści – wyjaśnianie, jak nowe wiadomości są związane z tym, co już wiem, lub wyjaśnianie kolejnych kroków koniecznych do rozwiązania danego problemu.
6. Wielokrotne czytanie – czytanie danego tekstu wielokrotnie.
7. Ćwiczenia skomasowane – wykonywanie licznych ćwiczeń dotyczących tego samego zagadnienia.
8. Podkreślanie – zaznaczanie potencjalnie najważniejszych części tekstu.
9. Podsumowywanie – pisanie krótkich lub długich podsumowań tego, co się przeczytało.
10. Zapamiętywanie słów kluczy – wyodrębnianie słów kluczowych oraz stosowanie mnemotechnik i wyobraźni do wiązania materiału werbalnego.
11. Wyobrażanie sobie – tworzenie wyobrażeń (obrazów umysłowych) dotyczących czytanych lub słuchanych treści.

Psychologia poznawcza od ponad 40 lat próbuje znaleźć odpowiedź na pytanie, jak działa ludzki umysł. Chcemy dowiedzieć się, jak człowiek zapamiętuje, jak myśli, jak rozwiązuje problemy. Celem naukowców jest odnalezienie obszarów w mózgu odpowiedzialnych za zarządzanie procesem uczenia się, chcemy

również dowiedzieć się, jak uczyć innych, jak uczyć się samemu, aby oszczędzać czas i aby zdobyta wiedza zostawała w naszych umysłach na długo.

W prezentowanym tekście postaram się przedstawić kilka najskuteczniejszych technik uczenia się i tych mniej skutecznych. Nie jest to lista skończona i zapewne jest jeszcze wiele innych technik, które pozwalają na sprawne i trwałe przyswajanie wiedzy. Wybrane zostały te, które łatwo i bezkosztowo można wdrożyć do systemu edukacji. Dodatkowo wybrałam takie techniki, które często przeczą intuicyjnym przekonaniom na temat skutecznych strategii uczenia się.

Najbardziej skuteczne techniki uczenia się

Wybrane przeze mnie dwie najbardziej skuteczne techniki uczenia się to ćwiczenia w przywoływaniu/testowanie i ćwiczenia rozłożone w czasie. Te techniki są skuteczne bez względu na wiek uczniów. Pozwalają na opanowanie dużych porcji materiału, a co najważniejsze mogą w znacznym stopniu zwiększać osiągnięcia uczniów.

Ćwiczenia w przywoływaniu/Testowanie

Wysiłek włożony w próbę przypomnienia sobie, co przed chwilą przeczytaliśmy, stanowi niezwykle skuteczne narzędzie utrwalania naszej wiedzy. Przywoływanie co jakiś czas materiału zapobiega procesowi zapomnienia. Udzielenie odpowiedzi na kilka pytań po zakończeniu czytania danego rozdziału jest znacząco bardziej skuteczne, niż ponowne przeczytanie tego samego tekstu. Należy pamiętać, że mózg nie jest mięśniem i wielokrotne powtarzanie tego samego nie sprawi, że stanie się „silniejszy”. Mózg potrzebuje przypominania sobie informacji, które już kiedyś zapamiętał, aby utrwalić pętle neuronalne, odpowiedzialne za zapamiętywanie. Zmuszanie mózgu do stałego odpamiętywania różnych treści wzmacnia szlaki odzyskiwania informacji.

Przywoływanie z pamięci wyuczonych treści ma dwie wielkie zalety. Po pierwsze jesteśmy w stanie ocenić, czego jeszcze nie wiemy, a co już opanowaliśmy wystarczająco dobrze. Po drugie przywoływanie tego, co już wiem, sprawia, że mózg dokonuje konsolidacji zapamiętanych treści, co w konsekwencji utrwala wiedzę i ułatwia jej przypominanie.

Uczenie tego, jak się uczyć,
w konsekwencji prowadzi
do promowania najważniejszego
aspektu edukacji –
a więc uczenia się przez całe życie.

Jedną z technik przywoływania wiadomości może być **stosowanie quizów o niskiej stawce**. Uczniowie rozwiązują co jakiś czas (np. na koniec niektórych zajęć) krótkie testy, które nie mają dużego wpływu na ich ocenę końcową. Zespół McDanieli (2011) przeprowadził niezwykle inspirujący eksperyment w jasny sposób pokazujący, jak testowanie wykorzystywane jako technika przywoływania treści, a nie tylko sprawdzania wiedzy, może być skutecznym narzędziem uczenia. Część materiału, którą uczniowie mieli opanować z nauk ścisłych, była przedmiotem testowania za pomocą quizów o niskich stawkach. Inna część nie była przedmiotem quizów, ale była trzykrotnie powtarzana przez uczniów pod kontrolą nauczyciela. W efekcie uczniowie z materiału, który był objęty testowaniem, uzyskiwali średnią ocen 5–, a z materiału objętego powtórkami z nauczycielem średnią ocen 3+.

Efekt testowania jest również często nazywany efektem ćwiczeń z przywoływania i daje znacząco lepsze rezultaty niż ponowne zapoznanie się z materiałem (Roediger i Karpicke, 2006). Należy jednak pamiętać, że harmonogram testowania jest również bardzo ważny. Ćwiczenia w przywoływaniu wiedzy (a więc np. quizy) muszą być rozłożone w czasie, tak aby uczeń miał okazję choć trochę przypomnieć to, czego się nauczył. Dzięki temu możemy obserwować zdecydowanie lepsze efekty uczenia się i trwalsze zapamiętywanie uczonego materiału, niż gdy sesje powtórkowe są skomasowane i odbywają się jedna po drugiej (Karpicke, 2012).

W jednym z eksperymentów Roedigera i Karpicke'a (2006) uczniowie mieli opanować materiał zawarty w tekście. Część osób badanych od razu po przeczytaniu rozwiązywała krótki test, a druga część jeszcze raz próbowała nauczyć się zawartego w tekście materiału. Dzień lub dwa po przeczytaniu tekstu uczniowie, którzy rozwiązywali test, przypominali sobie bez porównania więcej wiadomości niż ci, którzy uczyli się go ponownie. Przewaga ta utrzymywała się również po upływie tygodnia. Co ważne, grupa tylko ucząca się uzyskiwała wysoki wskaźnik

zapominania materiału (52%) po upływie tygodnia od nauki. Grupa, która rozwiązywała test, osiągnęła bardzo niski wskaźnik zapomnienia (10%) materiału, którego się uczyła. Badania pokazują, że najlepszymi formami ćwiczeń w przywoływaniu nie są testy jednokrotnego wyboru, a raczej pytania otwarte, testy wielokrotnego wyboru, eseje, czy też korzystanie z fiszek (Kang, Mcdermott i Roediger, 2007). Oznacza to, że kluczowy dla skuteczności ćwiczeń w przywoływaniu jest włożony w przywoływanie wysiłek poznawczy.

Dlaczego więc uczniowie nie stosują tej techniki na co dzień? Jedną z przyczyn może wynikać ze złej sławy samego testowania. Często wskazuje się testowanie jako słabość systemów edukacji. Mówi się, że uczniowie uczeni są tylko po to, aby dobrze radzić sobie na egzaminach zewnętrznych, które coraz częściej mają właśnie charakter testów. Dodatkowo uczniowie często z testowaniem wiążą wysoki poziom lęku i niepokoju, który zniechęca ich do podejmowania samodzielnych prób sprawdzania swojej wiedzy. Również nauczyciele zazwyczaj korzystają z testów jedynie jako z narzędzia oceny poziomu opanowania treści, a nie jako narzędzia uczenia się.

Testowanie pozwala na przepływ wiedzy do nowych kontekstów i łączenie jej z nowymi problemami. Zwiększa również poziom metapoznania. Uczeń wie, czego już się nauczył, a co musi jeszcze uzupełnić. Testowanie wiąże się też ze stałym wysiłkiem, co prowadzi do lepszej nauki i wyższego poziomu zachowywania wiedzy w pamięci długotrwałej. Wprowadzenie choć jednego sprawdzianu podczas lekcji prowadzi do znacznego polepszenia wyników z egzaminu końcowego. A im więcej takich sprawdzianów, tym korzyści są większe. Co ważne, takiego sprawdzianu nie musi inicjować nauczyciel. Wystarczy więc, że będziemy uczyć dzieci, że taka strategia sprawdzania swojej wiedzy (w zastępstwie wielokrotnego czytania) jest skuteczna i przynosi dobre rezultaty. Uczniowie, którzy sami sprawdzają swoją wiedzę, realnie oceniają zasób zdobytej wiedzy i potrafią monitorować swoją wiedzę.

Ćwiczenia rozłożone w czasie i zróżnicowane

Drugą bardzo skuteczną strategią uczenia się są ćwiczenia, które wykonujemy podczas sesji rozłożonych w czasie. Ćwiczenia rozłożone w czasie, a dodatkowo

wo przemieszane z zadaniami dotyczącymi innych treści, są nie tylko skuteczne tu i teraz, lecz także pozwalają na trwalsze opanowanie ćwiczonej kompetencji. Takie ćwiczenia wymagają znacząco więcej wysiłku, zmuszają nas do większej elastyczności i ciągłych zmian strategii pracy, a to w konsekwencji sprawia, że uczymy się lepiej.

Niezwykle ciekawy eksperyment dowodzący tej tezy został przeprowadzony przez Moultona, Durowskiego, MacRaego, Grahama, Grobera i Rzeznicka (2006). Badacze ci sprawdzali, jaka forma szkolenia chirurgów pozwoli na najtrwalsze opanowanie skomplikowanej procedury medycznej. Uczestnicy brali udział w takim samym pod względem treści szkoleniu. Jedna grupa odbyła wszystkie cztery lekcje jednego dnia, druga natomiast te same lekcje miała w jednodniowych odstępach. Podczas egzaminu końcowego okazało się, że te osoby, które miały lekcje w odstępach czasowych dużo lepiej opanowały zarówno teoretyczny, jak i praktyczny aspekt danego zabiegu. Okazuje się, że osadzenie nowej treści w umyśle wymaga czasu na konsolidację. Dlatego też trwałe uczenie się wymaga czasu i oczywiście, jak wspomniano już wcześniej, wysiłku.

Badania dowodzą, że strategia, która polega na mieszaniu ćwiczeń z dwóch lub większej liczby zagadnień, jest znacząco skuteczniejsza niż ćwiczenia skomasowane. Rohrer i Taylor (2007) podzieliли uczniów na dwie grupy, które miały uczyć się obliczania objętości czterech nietypowych brył. Pierwsza grupa obliczała objętości tych brył w kolejności, najpierw kilkanaście zadań z obliczania klina, potem elipsoidy obrotowej, potem wycinka kulistego, a na końcu stożka ściętego. Druga grupa również rozwiązywała te same zadania, ale w losowej kolejności. Uczniowie, którzy wykonywali ćwiczenia skomasowane, osiągnęli o wiele lepszy wynik w obliczaniu objętości brył zaraz po ukończeniu ćwiczeń (89% poprawnych odpowiedzi) niż uczniowie wykonujący zadania przemieszane (60% poprawnych odpowiedzi). Jednak ważne jest to, co wydarzyło się po tygodniowej przerwie, podczas egzaminu końcowego. Uczniowie, którzy wykonywali zadania połączone w bloki, uzyskali jedynie 20% poprawnych odpowiedzi, natomiast ci, którzy rozwiązywali zadania przemieszane, osiągnęli średnio 63% poprawnych odpowiedzi. Oznacza to, że utrudnienie procesu uczenia się poprzez przemie-

szanie typów zadań daje znacząco lepsze efekty końcowe niż pozorne dobre opanowanie umiejętności w ramach ćwiczeń skomasowanych.

Ćwiczenia rozłożone w czasie, a dodatkowo przemieszane z zadaniami dotyczącymi innych treści, są nie tylko skuteczne tu i teraz, lecz także pozwalają na trwalsze opanowanie ćwiczonej kompetencji.

Badania jasno pokazują, że zarówno nauczyciele, jak i uczniowie zauważają, że nauka z zastosowaniem ćwiczeń przemieszanych zabiera więcej czasu. Jednak efekty tej nauki są odporne na zanikanie, a biegłość w stosowaniu zdobytych tak umiejętności jest zdecydowanie wyższa (Mayfield i Chase, 2002). Co ważne, przemieszanie treści pozwala również na szybszą ocenę kontekstu i lepsze dopasowanie niezbędnych do rozwiązania danego zadania strategii. Jeśli w procesie uczenia się rozwiązujemy problemy w izolacji (za każdym razem tylko jeden typ zadania, jeden problem, np. tak jak w podręczniku od matematyki – jeden rozdział to jedno zagadnienie), to w sytuacji gdy mamy do czynienia z różnego typu problemami (np. egzamin zewnętrzny), nie wiemy, z jakiego algorytmu skorzystać. W życiu codziennym rzadko kiedy spotykamy się z serią takich samych problemów pod rząd. Najczęściej musimy radzić sobie z różnymi problemami w różnych konstelacjach. Dlatego tak istotne jest uczenie dzieci elastycznego przechodzenia między strategiami, a pozwala na to właśnie stosowanie ćwiczeń przemieszanych.

Podsumowując, nie jest prawdą to, że skupienie się tylko na jednym zagadnieniu ułatwi nam naukę. Rozkładanie nauki w czasie oraz ćwiczenie małych części materiału sprawia, że efekty uczenia stają się silniejsze (Soderstrom i Bjork, 2015). Przerwy między sesjami powinny być na tyle długie, aby rozpoczął się proces zapominania. Dzięki temu uczeń wkłada dodatkowy wysiłek w odpamiętanie i dodatkowe ćwiczenia. Różnorodność ćwiczonych zagadnień pozwala na zwiększenie elastyczności w zakresie wyboru strategii do różnych zadań, sprawia, że uczeń jest czujny i stale sprawdza, jaki typ zadania rozwiązuje i jaki algorytm wykonania należy w danym momencie zastosować.

Warto jednak zwrócić uwagę na fakt, że uczenie się przemieszanego materiału

nie zawsze jest skuteczne. Badania zespołu Schneider (2002) i zespołu Olina (2006) wskazują, że technika ta może być nieskuteczna podczas nauki słownictwa w języku obcym (nie zauważono różnic w grupie wykonującej ćwiczenia skomasowane i przemieszane), czy też przy nauce gramatyki.

Wyjaśnianie i wiązanie treści

Ile razy każdy z nas sam zadał sobie pytanie lub usłyszał je od ucznia – *a po co ja się tego uczę?* Bardzo często w klasycznym nauczaniu zapominamy o tym, że przekazywanym treściom należy nadać sens, np. poprzez wyrażenie ich własnymi słowami i powiązanie ich z tym, co już wiemy. Bierne odtwarzanie książkowych definicji co najwyżej ćwiczy naszą pamięć, ale nie jest aktywnym podejściem do uczenia się. Dodatkowo umieszczenie nowych informacji w kontekście pozwala na szybsze i głębsze przyswajanie wiedzy. Nowe treści wydają się łatwiejsze (bo przecież już coś wiem na ten temat) i przystępniejsze.

Warto zachęcać uczniów, aby podczas czytania danego tekstu zadawali sobie stale pytanie: *dla czego to co czytam, jest prawdą?* Początkowo prawdopodobnie te wyjaśnienia będą bardzo podstawowe (np. fotosynteza występuje w przyrodzie, bo każda istota żywa musi jeść, żeby się rozwijać). Jednak samodzielne rozumienie nie tylko faktów, lecz także przyczyn, skutków, zależności, relacji wpływa na zwiększenie poziomu rozumienia treści i podnosi szansę trwałego nauczania się danej treści. Wyjaśnianie sobie uczonych treści prowadzi również do lokowania ich w znanych już kontekstach. Oznacza to, że uczeń poznający proces fotosyntezy może też zadać sobie pytanie o to, jak człowiek zmienia pożywienie w energię. Uczniowie zachęceni do ciągłego samodzielnego wyjaśniania poznawanych treści często też starają się lepiej zrozumieć proces rozwiązywania danego zadania (a nie tylko koncentrować się na wyniku) i rozumieć, dlaczego podejmują takie, a nie inne decyzje (Okley, 2015).

Warto zaznaczyć, że w procesie ćwiczenia konkretnych zadań nie widzimy różnic w ich wykonaniu pomiędzy grupami dzieci stosującymi wyjaśnianie i niestosującymi tej techniki. Jednak już w zadaniach polegających na rozwiązywaniu nowych problemów, wymagających transferu umiejętności i wiedzy, różnica jest ogromna. W badaniach

Berry (1983) uczniowie mieli za zadanie nauczyć się rozwiązywać logiczne zagadki. Ostateczny test sprawdzający, jak dzieci radzą sobie z zagadkami podobnymi do tych, które ćwiczyli, pokazał, że dzieci stosujące technikę wyjaśniania i poszerzania kontekstu osiągały trzy razy lepsze wyniki niż dzieci, które tej strategii nie stosowały (proporcja 90% do 30% poprawnych wyników).

Stosowanie tych dwóch strategii w znacznej mierze podnosi poziom rozumienia poznawanych treści i sprawia, że dzieci lepiej radzą sobie z rozwiązywaniem problemów, używając logicznych uzasadnień. Promuje również wiązanie treści z różnych dziedzin i dostrzeganie powiązań pomiędzy tym, czego się uczy a tym, co już wiem. Co ważne, technika ta nie ma ograniczeń wiekowych. Nawet najmłodsze dzieci w procesie uczenia się powinny sobie zadawać stałe pytanie *dlaczego?* Odpowiedź na to pytanie wymaga czasu i wysiłku, które w znacznym stopniu sprzyjają trwałemu uczeniu się. Strategie te mogą być szczególnie przydatne podczas czytania długich tekstów, w których przedstawianych jest wiele konceptów i pojęć. Zadaniem nauczyciela jest stymulowanie dzieci do zadawania sobie odpowiednich pytań. Co ważne, wyjaśnianie danego zjawiska nie może być prostym podsumowaniem tego, co przed chwilą przeczytaliśmy, ponieważ podsumowywanie nie jest skuteczną techniką uczenia się i nie wypełnia kryterium lepszego rozumienia przeczytanej treści (Roediger i Pyc, 2012).

Niestety prezentowana strategia ma również swoje ograniczenia. Uczniowie z niskim poziomem wiedzy z danego zakresu mogą mieć poważne trudności w stawianiu sobie pytania *dlaczego?* Mogą oni nie wiedzieć, jak wyjaśnić dane zjawisko. Dlatego też punktem wyjścia do stosowania tej techniki jest minimalna wiedza z danego obszaru, tak aby dziecko mogło generować odpowiednie uzasadnienia konkretnych faktów. Młodszy uczniowie będą też potrzebowali więcej wsparcia ze strony nauczyciela. Mogą mieć oni trudności z rozróżnieniem mało skutecznej techniki parafrazowania (podsumowywania) od skutecznej techniki wyjaśniania. Mimo ograniczeń technika ta przy wsparciu nauczyciela może w dużym stopniu pogłębiać wiedzę dzieci, ale również zwiększać poziom motywacji wewnętrznej. Rozumienie tego czego się uczymy, sprawia, że chętniej poznaje-

my nowe fakty i postrzegamy siebie jako kompetentnego ucznia.

Mało skuteczne techniki uczenia się (których używamy bardzo często)

To, w jaki sposób uczymy się, bardzo często wynika z tego, co zostało nam przekazane przez naszych nauczycieli, rodziców czy starsze rodzeństwo. Dodatkowo z czasem staramy się wypracować własne strategie uczenia się, korzystając z naszej intuicji, obserwacji czy wcześniejszych doświadczeń. Okazuje się, że mimo dobrej woli i chęci wspierania uczniów, bardzo często intuicyjne przekonania o skuteczności konkretnych strategii uczenia się sprawiają, że uczeń wcale nie uczy się szybciej i skuteczniej. To, co podpowiadamy naszym uczniom, jest nieskuteczne, a czasem wręcz szkodliwe.

To, w jaki sposób uczymy się, bardzo często wynika z tego, co zostało nam przekazane przez naszych nauczycieli, rodziców czy starsze rodzeństwo.

Wielokrotne czytanie, ćwiczenia skomasywane i podkreślanie

Okazuje się, że to, co wydaje się intuicyjnie najlepszym rozwiązaniem (a więc podpowiedź – *jak nie rozumiesz, to przeczytaj jeszcze raz* lub *ćwicz, ćwicz i jeszcze raz ćwicz* oraz *zaznacz to, co najważniejsze*) to najmniej skuteczne techniki uczenia się. Wielokrotne czytanie tej samej treści, wykonywanie wielu ćwiczeń pod rząd i zaznaczanie tego, co ważne, daje nam iluzję opanowania danych zagadnień. Wielokrotne czytanie tego samego tekstu zabiera bardzo dużo czasu, nie prowadzi do trwałego zapamiętywania i niestety często łączy się z mimowolnym oszukiwaniem samego siebie. Po kilkukrotnym przeczytaniu mylimy zaznajomienie się z tekstem z opanowaniem jego treści.

Badania Callendera i McDanieli (2009) wskazują, że studenci, którzy mieli okazję przeczytać tekst dwukrotnie, faktycznie lepiej wypadają w teście jego znajomości zaraz po przeczytaniu. Jednak już po tygodniu zarówno grupa, która przeczytała tekst jednokrotnie, jak i ta, która czytała go dwukrotnie, pamięta z niego równie niewiele. Co ciekawe, badania Karpicke'a, Butlera, i Roedigera (2009) wskazują, że wielokrotna lektura nie przynosi korzyści w żadnych warunkach (szkolnych, domowych, kontrolowanych czy w nauce samodzielnej). Wynika

z tego, że sens ma jednokrotne przeczytanie danego tekstu, sprawdzenie, ile zapamiętałam, odczekanie pewnego czasu, np. około tygodnia, i ponowna lektura tego samego tekstu. Wielokrotne czytanie tego samego jest czasochłonne i nieskuteczne. Dlaczego więc mimo że strategia ta jest nieskuteczna, jest tak popularna? Z badań wynika, że 84% uczniów uczy się właśnie poprzez wielokrotne czytanie notatek lub podręcznika (Karpicke, Butler i Roediger, 2009). Odpowiedź jest bardzo prosta, takie działanie daje nam złudzenie opanowania materiału. Niestety jest to efekt niskiego poziomu metapoznania (czyli wiedzy na temat tego, co wiemy). Świadomość tego, czego jeszcze nie umiem i nie wiem, jest niezbędna do tego, aby uczyć się skutecznie (Gilovich, Epley i Hanko, 2005).

W procesie uczenia się często zachęca się uczniów do wykonywania wielu ćwiczeń z danego zakresu materiału (np. wykonywanie wielu zadań z tego samego zagadnienia z matematyki). Uznaje się, że wykonywanie ćwiczeń skomasywanych pozwoli uczniowi nabrać biegłości, a sam uczeń nabiera pewności, że opanował dane zagadnienie. Tego typu podpowiedzi otrzymujemy właściwie na każdym etapie naszej edukacji. Proponowane są intensywne kursy nauki języka, intensywne kursy przygotowujące do matury, nauczyciel zadaje wiele podobnych zadań jako pracę domową lub też uczeń uczy się do klasówki z danego przedmiotu przez 2–3 dni bez przerwy. Okazuje się jednak, że takie podejście do ćwiczenia jest nieefektywne. Badania dowodzą, że stosowanie ćwiczeń skomasywanych przynosi gorsze skutki w procesie uczenia się i prowadzi do słabszego zapamiętywania niż rozkładanie ćwiczeń w czasie i przeplatanie ich innymi (Cepeda, Paschler, Vul, Wixted i Rohrer, 2006).

Co ważne, skupianie się na mechanicznym wykonywaniu dziesiątek zadań tego samego typu w szybkim tempie wypełnia i przeciąża nasz mózg. Dopiero skupienie się na opracowywaniu wiedzy sprawia, że nasz umysł nie ma granic i może pracować znacząco wydajniej i dłużej. Już Tulving (1966) dowiódł, że powtarzanie samo w sobie nie prowadzi do dobrej pamięci długotrwałej.

Również podkreślanie podczas czytania nie pomaga w procesie uczenia się. Co więcej, badania dowodzą, że uczniowie, którzy podkreślają tekst podczas czytania, wypadają gorzej w testach rozu-

mienia przeczytanych treści niż ci, którzy nie stosują tej techniki (Peterson, 1992).

Koncentrując się na podkreślaniu konkretnej treści, uczeń często zapomina o poszukiwaniu powiązań między conceptami. Podkreślanie powinno być jedynie punktem wyjścia do dalszego opracowywania poznawanej treści. Ponadto uczniowie mają tendencję do zaznaczania zbyt dużych fragmentów tekstu, przez co nie dokonują selekcji tego, co jest istotne.

Podsumowywanie

Kolejną techniką, często stosowaną przez uczniów, jest podsumowywanie. Podsumowywanie zakłada dokonywanie parafraz najważniejszych idei zawartych w tekście. Badania wskazują na bardzo niewielką skuteczność tej strategii u uczniów doświadczonych (na poziomie akademickim). Niestety strategia ta jest właściwie nieskuteczna u młodszych uczniów (Gurung, 2005). Młodsze dzieci wymagają długotrwałego treningu w podsumowywaniu, aby było one skuteczne. W badaniach zespołu Wanga (1992) nauczyciele przechodzili 90-minutowy trening dotyczący tego, jak uczyć dzieci podsumowywania. Nauczycieli uczono, jak podawać dzieciom instrukcje, które zawierają wyraźny opis strategii podsumowywania; modelowania podsumowywania; ćwiczeń w podsumowywaniu i dawania odpowiedniej informacji zwrotnej; technik zachęcania uczniów do monitorowania i sprawdzania swojej pracy. Uczniowie odbywali potem pięć spotkań (każde po 50 minut), mających na celu nauczanie ich strategii podsumowywania. Zaczynano od pracy na krótkich paragrafach i z czasem wydłużano opracowywaną treść do całego rozdziału w podręczniku. Uczniowie, którzy przechodzili taki trening, znacząco lepiej radzili sobie z zapamiętaniem najważniejszych treści w porównaniu z dziećmi, które tego treningu nie przeszły (Rinehart, Stahl i Erickson, 1986). Niestety potrzeba długotrwałego treningu zarówno nauczycieli, jak i dzieci w wykorzystaniu tej strategii sprawia, że jej stosowanie w praktyce jest niezwykle ograniczone. Mimo że podsumowywanie to ważna umiejętność, wymaga wiele wysiłku i przygotowań, nie jest strategią szybko dostępną dla młodszych uczniów, przez to jej skuteczność jest bardzo niska.

Zapamiętywane słów kluczy i wyobrażanie sobie

Ostatnie dwie strategie opierają się na wyobraźni (np. tworzeniu obrazów

umysłowych, które reprezentują uczone treści). Ucząc się słówek w języku obcym, możemy używać obrazów łączących słowa w pary lub klasy (np. chcąc zapamiętać nazwy owoców, możemy wyobrazić sobie sad). Ta strategia opiera się na zapamiętywaniu słów kluczy, ponieważ angażuje konkretne słowo (np. jabłko) i wiąże je z obrazem umysłowym (sadu).

Ta strategia stosowana jest również przy zapamiętywaniu bardziej złożonych procesów. Uczniowie, którzy mają nauczyć się przebiegu procesu fotosyntezy, mogą wyobrażać sobie kolejne kroki sekwencji lub przeskakiwanie kolejnych trybów w maszynie do fotosyntezy.

Tworzenie wyobrażeń wpływa na trwałość zapamiętywania, szczególnie gdy uczniowie badani są zaraz po procesie nabywania wiedzy. Jednakże badania dowodzą, że zalety wyobrażeniowych technik uczenia się są bardzo krótkotrwałe (Wang, Thomas i Ouellette, 1992). Co ważne, technika ta jest również niezwykle trudna do zastosowania przez dzieci młodsze. Mogą mieć one trudności z wyobrażaniem złożonego materiału, co więcej, większość szkolnego materiału jest dość trudna do wyobrażenia sobie, ponieważ obejmuje pojęcia abstrakcyjne, lub jest tak złożony, że jego wyobrażenie jest właściwie niemożliwe.

Na koniec jeszcze dwie rzeczy

Badania bardzo jasno pokazują, że jeśli chcemy opanować nową umiejętność, to wysiłek i porażka mają zasadnicze znaczenie. Tylko dzięki nim możemy przekraczać nasze dotychczasowe możliwości i podwyższać swoje kompetencje. Krótkotrwałe utrudnienia, które w konsekwencji prowadzą do lepszego opanowania danej treści lub umiejętności, nazywane są *pożądanymi trudnościami* (Bjork i Bjork, 1992; Metcalfe, 2011).

Źródłem mitu o bezbłędnym uczeniu się jest zapewne przekonanie Skinnera (Carini, 1969), że błędy popełniane przez uczniów są skutkiem błędnego prowadzenia procesu uczenia. Również nauczyciele często obawiają się, że dziecko, które popełnia błędy, utrwali niewłaściwy wzorzec postępowania. Jednak późniejsze badania wykazały, że błędy stanowią integralną część wysiłku, który wkładamy w opanowanie konkretnej treści (Huelser i Metcalfe, 2012). Przekonanie o szkodliwości błędów jest fałszywe. Jeśli uczeń otrzymuje informację zwrotną na temat swojego postępowania (również błędów),

to błędów nie zapamiętuje. Dzieci, które mają wiedzę na temat tego, że nauka wiąże się z popełnianiem błędów, znacząco częściej podejmują się nowych wyzwań i starają się pokonać swoje trudności. Okazuje się, że uczniowie osiągają znacznie lepsze wyniki, jeśli tworzymy im środowisko, w którym mogą zmagać się z trudnościami (Autin i Crozet, 2012).

Proces uczenia się zaczyna się od kodowania, czyli zbierania informacji, które będą nam niezbędne do rozwiązania danego problemu. Dzięki procesowi kodowania powstają nowe reprezentacje umysłowe i ślady pamięciowe. W dalszej części procesu uczenia się zależy nam na wzmocnieniu reprezentacji umysłowych, czyli na konsolidacji nowych treści. Dzięki temu procesowi nowe wiadomości zostają rozpoznane i rozpoczyna się proces ich stabilizacji. W trakcie tego procesu bardzo często powtarzamy nowe treści, staramy się je odnieść do tego, co już wiemy, nadać im sens. Żeby konsolidacja była sprawna i skuteczna, niezbędny jest czas i sen. Konsolidacja pozwala na uporządkowanie i utwalenie wyuczonych informacji. Podobną rolę odgrywa przywoływanie nauczonych już treści, czyli wydobywanie ich z pamięci długotrwałej, ponowne opracowywanie, odnoszenie do kolejnych nowych wiadomości. Proces ten nazywany jest rekonsolidacją. Ostatcznym sprawdzianem przebiegu procesu uczenia się jest możliwość przywołania zapamiętywanych treści w momencie, gdy są one potrzebne (Zawadzka i in., 2016).

Badania pokazują, że jeśli chcemy opanować nową umiejętność, to wysiłek i porażka mają zasadnicze znaczenie.

Badacze przekonani są, że nie ma żadnej granicy tego, ile możemy zapamiętać (McGaugh, 2000). Trwałe zapamiętanie (nauczenie się) danego materiału wymaga tego, aby w procesie kodowania i konsolidacji danych informacji odpowiednio zakotwiczyć je w pamięci długotrwałej. Musimy właściwie łączyć dany materiał z zestawem sygnałów, które po pewnym czasie pozwolą nam odszukać konkretne informacje w pamięci długotrwałej (Dudai, 2004). Dopiero to, co zrozumieliśmy dogłębnie, ma praktyczne odniesienie w życiu lub niesie ze sobą silny ładunek emocjonalny i jest powiązane z inną

wiedza, zostaje w pełni zapamiętane i pozostaje w pamięci na zawsze. Oznacza to, że trwałość zapamiętywania danych treści jest nie tylko związana z tym, w jakim kontekście dana wiadomość została umieszczona oraz czy korzystaliśmy z tych informacji niedawno, ale też istotne jest, jak wiele i jak silnych sygnałów powiązaliśmy z tą wiedzą, które pomogą nam te informacje przywołać (Tulving, 1974). Co ciekawe, uważa się, że to nie wiedza jest zapominana, ale sygnały, które pozwalają nam do niej dotrzeć (Dudai, 2004).

Wiedząc już, jak przebiega proces uczenia się (kodowanie – konsolidacja – przypomnienie), warto zdawać sobie sprawę, że występujące w procesie uczenia się trudności (np. robienie przerw, ćwiczenia przemieszane, łączenie różnych dziedzin), które spowalniają ten proces i dokładają nam pracy, sprawiają, że nauka subiektywnie spostrzegana jest jako mniej skuteczna. Jednakże staje się ona jednocześnie solidniejsza, a zapamiętane treści pozostają w pamięci długo-trwale.

Im więcej wysiłku musimy włożyć w przypomnienie sobie czegoś (a w konsekwencji nauczenie się tego raz jeszcze), tym lepiej się tego nauczymy (Hall, Domingues i Cavazos, 1994). Dlaczego więc wkładanie wysiłku w przypomnienie sobie tego, czego się uczyliśmy, ma być pomocne w procesie uczenia się? Wydaje się, że przywoływanie z pamięci (jak to ma miejsce podczas ćwiczeń rozłożonych w czasie) wymaga odświeżania, czy też odtwarzania kolejnych kroków danej umiejętności lub materiału (czyli wydobywania ich z pamięci długotrwałej), a nie automatycznego ich powtarzania, opartego na pamięci krótkotrwałej (jak to ma miejsce przy wykonywaniu ćwiczeń skomasowanych (Bjork i Bjork, 2011). Ćwiczenia wymagające wysiłku zmuszają mózg do podjęcia procesu rekonsolidacji zapamiętanych treści i pozwalają na trwałe zapamiętywanie.

Czy to oznacza, że wszystkie trudności w toku uczenia się są pożądane? Niestety nie. Jeśli uczeń nie dysponuje wcześniejszą wiedzą czy umiejętnościami pozwalającymi na skuteczne reagowanie na trudności, to stają się one *trudnościami niepożądanymi*. Ten typ trudności negatywnie wpływa na proces uczenia się, prowadzi do obniżenia poziomu kompetencji, zmniejsza nadzieję na osiągnięcie sukcesu i obniża poziom motywacji (Bjork i Bjork, 2009).

Korzystanie ze strategii uczenia się w znacznym stopniu zwiększa zarówno poziom rozumienia przyswajanych treści, jak i szanse na sukces edukacyjny. Chcąc maksymalnie wykorzystać czas uczenia i potencjał dzieci, dobrze jest pamiętać o kilku zasadach. Warto w proces edukacyjny wpleść testy o niskich stawkach. Dzięki temu uczniowie lepiej koncentrują się na tym, co ważne. Należy również stosować testowanie kumulacyjne (a więc każdy kolejny sprawdzian testuje nie tylko dany temat, ale również poprzednie). Dzięki temu dzieci będą stale powtarzać to, czego już się nauczyły. Trzeba zachęcać dzieci do stosowania *planów uczenia się*. Ma to na celu uczenie ich planowania swojej nauki i rozkładania jej w czasie. Należy zachęcać dzieci do *samotestowania* w przeciwieństwie do ciągłego czytania tych samych treści. Konieczne jest stawianie i zachęcanie uczniów do samodzielnego zadawania sobie pytania *dla czego?* w celu zwiększania poziomu świadomości i rozumienia danych treści. Warto w procesie uczenia mieszać treści z różnych dziedzin, aby nie tylko uczyć dzieci procedur (np. matematycznych), ale również elastyczności w ich zastosowaniu.

Najważniejsze jest jednak to, że nawet najlepsza strategia uczenia się będzie skuteczna tylko wtedy, gdy uczeń jest zmotywowany do jej prawidłowego stosowania. Ale niestety nawet wtedy dobra strategia nie rozwiąże wszystkich potencjalnych trudności edukacyjnych dziecka.

Nawet najlepsza strategia uczenia się będzie skuteczna tylko wtedy, gdy uczeń jest zmotywowany do jej prawidłowego stosowania.

Na co więc powinniśmy zwracać uwagę, planując proces uczenia? Badacze wyróżniają trzy główne, niezmiennie aspekty uczenia się. Pierwszy z nich to fakt, że z uczeniem się ściśle związana jest pamięć. Skutecznie oznacza też trwale, a więc chcemy, aby wiadomości, które przyswajamy, pozostały w naszej głowie do czasu, aż będziemy chcieli ich użyć. Po drugie zakładamy, że człowiek uczy się przez całe życie. Rozpoczęcie i zakończenie edukacji formalnej to nie początek i koniec procesu uczenia się. Zanim dziecko trafi do przedszkola umie już mówić, chodzić, grać w piłkę, kolorować itd. Również w życiu dorosłym codziennie przyswajamy nowe fakty i uczymy się

nowych umiejętności. Można więc uznać, że uczenie się jest formą zachowania adaptacyjnego, które pozwala nam przetrwać w stale zmieniającym się świecie. Po trzecie należy uznać, że uczenie się to kompetencja, której trzeba nabyć. A te strategie, które wydają nam się najskuteczniejsze i wynikają z naszej intuicji, niestety często efektywne nie są (Dunlosky, Rawson, Marsh, Nathan i Willingham, 2013).

Uczenie dzieci treści pozwoli im zaliczyć test lub egzamin, wyposażenie dzieci w kompetencje uczenia się i skuteczne techniki zgłębiania treści programowych sprawi, że mogą osiągnąć sukces w każdej dziedzinie przez całe życie.

Słowa kluczowe: techniki uczenia się.

Tekst pochodzi z wydawnictwa konferencyjnego XXIII Konferencji Diagnostyki Edukacyjnej pt. *Diagnozowanie umiejętności praktycznych w toku kształcenia i egzaminowania*, red. M. K. Szmigiel, B. Niemierko, Łódź 2017.

BIBLIOGRAFIA:

Autin F., & Croizet J.: *Improving working memory efficiency by reframing metacognitive interpretation of task difficulty*. "Journal Of Experimental Psychology: General" 2012, 141(4), 610–618. doi:10.1037/a0027478. ISSN 0096-3445.

Berry D. C.: *Metacognitive experience and transfer of logical reasoning*. "The Quarterly Journal Of Experimental Psychology A: Human Experimental Psychology" 1983, 35A(1), 39–49. doi:10.1080/14640748308402115. ISSN 17470226, 17470218.

Bjork E. L., Bjork R. A.: *Making things hard on yourself, but in a good way: Creating desirable difficulties to enhance learning*. W: M. A. Gernsbacher, R. W. Pew, L. M. Hough, J. R. Pomerantz, M. A. Gernsbacher, R. W. Pew, J. R. Pomerantz (red.): *Psychology and the real world: Essays illustrating fundamental contributions to society*, s. 56–64. New York, NY, US: Worth Publishers, 2011. ISBN-13: 978-1429230438.

Bjork R. A., Bjork E. L.: *A new theory of disuse and an old theory of stimulus fluctuation*. W: A. Healy, S. Kosslyn, & R. Shiffrin (red.): *From learning processes to cognitive processes: Essays in honor of William K. Estes*. Vol. 2, s. 35–67. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1992. ISBN-13: 978-0805807592.

Bjork R. A., Dunlosky J., Kornell N.: *Self-regulated learning: Beliefs, techniques, and illusions*. "Annual Review Of Psychology" 2013, 64, 417–444. doi:10.1146/annurev-psych-113011-143823. ISSN 0066-4308.

Callender A. A., McDaniel M. A.: *The limited benefits of rereading educational*

- texts. "Contemporary Educational Psychology" 2009, 34(1), 30–41. doi:10.1016/j.cedpsych.2008.07.001. ISSN 0361-476X.
- Carini L.: *The fault in Skinner's teaching machine*. "American Psychologist" 1969, 24(4), 471–473. doi:10.1037/h0037799. ISSN 0003-066X.
- Carpenter S. K., Cepeda N. J., Rohrer D., Kang S. H. K., Pashler H.: *Using spacing to enhance diverse forms of learning: Review of recent research and implications for instruction*. "Educational Psychology Review" 2012, 24(3), 369–378. doi: 10.1007/s10648-012-9205-z. ISSN 1040-726X (Print) 1573-336X (Online).
- Cepeda N. J., Pashler H., Vul E., Wixted J. T., & Rohrer D.: *Distributed practice in verbal recall tasks: A review and quantitative synthesis*. "Psychological Bulletin" 2006, 132(3), 354–380. doi:10.1037/0033-2909.132.3.354. ISSN 0033-2909.
- Dudai Y.: *The neurobiology of consolidations, or, how stable is the engram*. "Annual Review Of Psychology" 2004, 55, 1–86. doi:10.1146/annurev.psych.55.090902.142050. ISSN 0066-4308.
- Dunlosky J., Rawson K. A., Marsh E. J., Nathan M. J., Willingham D.T.: *Improving Students' Learning with Effective Learning Techniques: Promising Directions from Cognitive and Educational Psychology*. "Psychological Science in the Public Interest" 2013, 14, 1, 4–58. ISSN 1529-1006.
- Gilovich T., Epley N., Hanks K.: *Shallow Thoughts About the Self: The Automatic Components of Self-Assessment*. W: M. D. Alicke, D. A. Dunning, J. I. Krueger: *The Self in Social Judgment*. Studies in Self and Identity. New York: Psychology Press, 2005, s. 77–132. ISBN-13: 978-1841694184.
- Gurung R. R.: *How Do Students Really Study (and Does It Matter)?* "Teaching Of Psychology" 2005, 32(4), 239–241. ISSN 0098-6283.
- Hall K. G., Domingues D. A., Cavazos R.: *Contextual interference effects with skilled baseball players*. "Perceptual And Motor Skills" 1994, 78(3 Pt 1), 835–841. ISSN 0031-5125.
- Huelser B. J., Metcalfe J.: *Making related errors facilitates learning, but learners do not know it*. "Memory & Cognition" 2012, 40(4), 514–527. doi:10.3758/s13421-011-0167-z. ISSN 0090-502X.
- Kang S. K., McDermott K. B., & Roediger H. I.: *Test format and corrective feedback modify the effect of testing on long-term retention*. "European Journal Of Cognitive Psychology" 2007, 19(4–5), 528–558. doi:10.1080/09541440601056620. ISSN 0954-1446 (Print); ISSN 1464-0635 (Online).
- Karpicke J. D.: *Retrieval-based learning: Active retrieval promotes meaningful learning*. "Current Directions In Psychological Science" 2012, 21(3), 157–163. doi:10.1177/0963721412443552. Online ISSN 1467-8721.
- Karpicke J. D., Blunt J. R.: *Retrieval practice produces more learning than elaborate studying with concept mapping*. "Science" 2011, 331(6018), 772–775. doi:10.1126/science.1199327. ISSN 0036-8075.
- Karpicke J. D., Butler A.C., Roediger H. I.: *Metacognitive strategies in student learning: Do students practise retrieval when they study on their own?* "Memory" 2009, 17(4), 471–479. doi:10.1080/09658210802647009. ISSN 0965-8211.
- Karpicke J. D., Grimaldi P. J.: *Retrieval-based learning: A perspective for enhancing meaningful learning*. "Educational Psychology Review" 2012, 24(3), 401–418. doi:10.1007/s10648-012-9202-2. ISSN 1040-726X (Print) 1573-336X (Online).
- Karpicke J. D., Roediger H. I.: *The critical importance of retrieval for learning*. "Science" 2008, 319(5865), 966–968. doi:10.1126/science.1152408. ISSN 0036-8075.
- Karpicke J. D., Butler A. C., Roediger III H. L.: *Metacognitive strategies in student learning: Do students practise retrieval when they study on their own?*, "Memory" 2009 17:4, 471–479. ISSN 0965-8211.
- Mayfield K. H., Chase P. N.: *The effects of cumulative practice on mathematics problem solving*. "Journal of Applied Behavior Analysis" 2002, 35, 105–123. Online ISSN 1938-3703.
- McDaniel M. A., Agarwal P. K., Huelser B. J., McDermott K. B., & Roediger H. I.: *Test-enhanced learning in a middle school science classroom: The effects of quiz frequency and placement*. "Journal Of Educational Psychology" 2011, 103(2), 399–414. doi:10.1037/a0021782. ISSN 0022-0663.
- McGaugh J. L.: *Memory: A century of consolidation*. "Science" 2000, 287(5451), 248–251. doi:10.1126/science.287.5451.248. ISSN 0036-8075.
- Metcalfe J.: *Desirable difficulties and studying in the region of proximal learning*. W: A. S. Benjamin (red.): *Successful remembering and successful forgetting: A festschrift in honor of Robert A. Bjork* (s. 259–276). New York, NY, US: "Psychology Press", 2011. ISBN-13: 978-1848728912.
- Moulton C. E., Dubrowski A., Macrae H., Graham B., Grober E., Reznick R.: *Teaching surgical skills: what kind of practice makes perfect?: a randomized, controlled trial*. "Annals Of Surgery" 2006, 244(3), 400–409. ISSN 0003-4932.
- Olina Z., Reiser R., Huang X., Lim J., & Park S.: *Problem Format and Presentation Sequence: Effects on Learning and Mental Effort among US High School Students*. "Applied Cognitive Psychology" 2006, 20(3), 299–309. doi:10.1002/acp.1246. Online ISSN 1099-0720
- Rinehart S. D., Stahl S. A., Erickson L. G.: *Some effects of summarization training on reading and studying*. "Reading Research Quarterly" 1986, 21(4), 422–438. doi:10.2307/747614. ISSN 00340553.
- Roediger H. I., Karpicke J. D.: *Test-Enhanced Learning: Taking Memory Tests Improves Long-Term Retention*. "Psychological Science" 2006, 17(3), 249–255. doi:10.1111/j.1467-9280.2006.01693.x. ISSN Print: 0956-7976.
- Roediger H. I., Karpicke J. D.: *The power of testing memory: Basic research and implications for educational practice*. "Perspectives On Psychological Science" 2006, 1(3), 181–210. doi:10.1111/j.1745-6916.2006.00012.x. Online ISSN 1745-6924.
- Roediger H. I., & Pyc M. A.: *Inexpensive techniques to improve education: Applying cognitive psychology to enhance educational practice*. "Journal Of Applied Research In Memory And Cognition" 2012, 1(4), 242–248. doi:10.1016/j.jarmac.2012.09.002. ISSN 2211-3681.
- Rohrer D., Taylor K.: *The shuffling of mathematics problems improves learning*. "Instructional Science" 2007, 35(6), 481–498. doi:10.1007/s11251-007-9015-8. ISSN 0020-4277 (Print) 1573-1952 (Online).
- Schneider V. I., Healy A. F., & Bourne L. J.: *What is learned under difficult conditions is hard to forget: Contextual interference effects in foreign vocabulary acquisition, retention, and transfer*. "Journal Of Memory And Language" 2002, 46(2), 419–440. doi:10.1006/jmla.2001.2813. ISSN 0749-596X.
- Soderstrom N. C., Bjork R. A.: *Learning versus performance: An integrative review*. "Perspectives On Psychological Science" 2015, 10(2), 176–199. doi:10.1177/1745691615569000. Online ISSN 1745-6924.
- Tulving E.: *Subjective organization and effects of repetition in multi-trial free-recall learning*. "Journal Of Verbal Learning & Verbal Behavior" 1966, 5(2), 193–197. doi:10.1016/S0022-5371(66)80016-6. ISSN 1878-4097.
- Tulving E.: *Cue-Dependent Forgetting: When we forget something we once knew, it does not necessarily mean that the memory trace has been lost; it may only be inaccessible*. "American Scientist" 1974, 62, 1, s. 74–82. ISSN 0003-0996.
- Wang A. Y., Thomas M. H., Ouellette J. A.: *Keyword mnemonic and retention of second-language vocabulary words*. "Journal Of Educational Psychology" 1992, 84(4), 520–528. doi:10.1037/0022-0663.84.4.520. ISSN 0022-0663.
- Zawadzka K., Krogulska A., Button R., Higham P. A., & Hanczakowski M.: *Memory, metamemory, and social cues: Between conformity and resistance*. "Journal Of Experimental Psychology: General" 2016, 145(2), 181–199. doi:10.1037/xge0000118. ISSN 0096-3445.

Dr Urszula Sajewicz-Radtke – Pracownia Testów Psychologicznych i Pedagogicznych w Gdańsku.

Nauczanie przedmiotów przyrodniczych w V LO w Tarnowie

BOŻENA LASKO
RENATA KOZIOŁ
MONIKA SENDERAK
PIOTR KWIEK

„Świat jest pełen piękna, które łatwo uchwycić na fotografii lub przedstawić w ciekawy sposób podczas doświadczenia. Nauka przez działanie jest bardziej fascynująca i skuteczna” (Martyna kl. 3 c).

Jeśli zapytamy młodego człowieka rozpoczynającego swoją przygodę z przedmiotami przyrodniczymi, z czym mu się one kojarzą, to zwykle słyszymy – doświadczenia, wybuchy, sekcje zwierząt, obserwacje. I słusznie, bo przecież są to dyscypliny oparte na metodach badawczych. Później te wyobrażenia w konfrontacji z rzeczywistością szkolną, ogromem wiadomości, natłokiem teorii, specyficznego słownictwa, wzorami do wykucia, mogą rozmijać się z oczekiwaniami uczniów i prowadzić do spadku zainteresowania tymi przedmiotami. Jak pogodzić te wyobrażenia z realiami polskiej szkoły i nie rozczarować uczniów, to zadania dla współczesnego nauczyciela.

Uczniowie myślą podobnie: „Problem polega na tym, że zwykle nie wiemy, jak wykorzystać zdobyte informacje. »Sucha wiedza«, którą czerpiemy jedynie z książek nie może zaciekać nas, ani przekonać do szukania naocznych przykładów w życiu codziennym. Dlatego tak ważne jest wykonywanie doświadczeń i ciekawe przedstawienie materiału. Przez obserwacje możemy się nauczyć o wiele, wiele więcej” (Martyna kl. 3 c).

Należy także wspomnieć, że podstawowym celem nauki w liceum jest przygotowanie młodego człowieka do jednego z ważniejszych egzaminów w życiu – matury, który to egzamin w dużym stopniu decyduje o jego dalszych wyborach życiowych. W świetle analizy współczesnego arkusza maturalnego, choćby z biologii, uderza fakt, że od zdającego oczekuje się, że będzie potrafił integrować wiadomości z różnych dyscyplin i umiał wykorzystywać przedstawione w zadaniu informacje i własną wiedzę do rozwiązania określonego problemu, a nie prezentować wyłącznie wyrywkową wiedzę encyklopedyczną. Do zadań o największym stopniu złożoności należą te, które dotyczą metody naukowej oraz współzależności między różnymi procesami przyrodniczymi.

Powyższe spostrzeżenia, dotyczące połączenia zainteresowań uczniów i właściwego przygotowania do matury, w dużej mierze wyznaczają kierunki i sposoby pracy w naszym liceum. Jak próbujemy to zrobić, postaramy się przedstawić w niniejszym artykule, prezentując ważniejsze, choć nie wszystkie, aspekty naszej pracy.

Jeśli obserwacje, to nie tylko w klasie, ale przede wszystkim w terenie. Temu służą wycieczki do krakowskich muzeów: zoologicznego, przyrodniczego, geologicznego, ogrodu botanicznego, czy też obserwatorium astronomicznego, stacji meteorologiczno-hydrologicznej, oczyszczalni ścieków i stacji uzdatniania wody.

Szkoła utrzymuje stałą współpracę z **Ośrodkiem Edukacji Ekologicznej w Polichtach** i lekcje w terenie, na wyznaczonych ścieżkach edukacyjnych, na stałe wpisały się w program naszej placówki. Chętnie tam nie tylko się uczymy, ale także wypoczywamy i integrujemy.

Doskonałym połączeniem teorii z praktyką są **zajęcia z ratownictwa przedmedycznego** w klasach medycznych. Są one prowadzone przez profesjonalnych ratowników z wykorzystaniem sprzętu ratowniczego. Większa część to zajęcia praktyczne, w których uczestniczą wszyscy uczniowie, a po kursie otrzymują oni zaświadczenie ukończenia takiego szkolenia.

Bardzo wysoko uczniowie oceniają lekcje odbywające się w ramach współpracy z Uniwersytetem Pedagogicznym w Krakowie, ponieważ jesteśmy ich **szkołą ćwiczeń**. To kontakt nie tylko z pracownikami naukowymi i ich pracami badawczymi, ale także możliwość doświadczeń w pracowniach uniwersyteckich. To także czasami pierwsze zetknięcie z atmosferą wyższej uczelni, spotkania ze studentami, a więc z tym co w przyszłości czeka naszych uczniów. Do grafiku zajęć prowadzonych na krakowskich uczelniach należą także pokazy chemiczne organizowane przez UJ. Nie zapominamy także o naszych rodzimych uczelniach. Na bieżąco śledzimy, co u nich słychać i chętnie uczestniczy-



Zajęcia z ratownictwa przedmedycznego, fot. R. Kozioł

my np. w prelekcjach w ramach naukowych „Piątków Chemicznych” w PWSZ oraz ciekawych wykładach na WSB.

Misją naszej szkoły jest pobudzanie młodych ludzi do działania i kreatywnego myślenia. Trafiają do nas uczniowie z różnymi zainteresowaniami, a naszym zadaniem jest umożliwienie im wykazania się i rozwoju. Rozwijaniu zainteresowań sprzyja na pewno udział w konkursach. Na terenie szkoły odbyły się już **trzy edycje szkolnego konkursu „Eksperyment w nauczaniu przedmiotów przyrodniczych”**. Udział polegał na samodzielnym przygotowaniu, przedstawieniu i wyjaśnieniu obserwowanych zjawisk przyrodniczych. Uczniowie mieli oczywiście możliwość stałej konsultacji i pomocy ze strony nauczycieli pracujących w szkole, jak również mogli korzystać ze sprzętu i pomocy dostępnych w szkole. Co im dał udział w konkursie – może oddajmy im głos, cytując ich refleksje.

„Udział w konkursie pozwolił mi w czasie przygotowań odkryć ciekawe aspekty wybranego przeze mnie przedmiotu, jakim była biologia. Przeprowadzenie doświadczeń dotyczących działania zmysłów człowieka na członkach rodziny przed, jak i na innych uczestnikach w trakcie konkursu było dobrą zabawą. Była to również świetna lekcja poznania innych zagadnień w dziedzinach fizyki i chemii w trakcie obserwacji innych uczestników konkursu. Udział w tym konkursie pozwolił mi spojrzeć na naukę z innej, dużo ciekawszej strony, zachęcającej do działania i zgłębiania wiedzy” (Kinga kl. 3 b).

„Realizowanie własnego projektu w konkursie dało mi wiele radości i satysfakcji z możliwości zaprezentowania



Konkurs Przyrodniczy – prezentacja eksperymentu, fot. R. Kozioł

wyników badań nad eko-polistyrenowym substratem będącym biochemiczną ciekawostką, nad którą od dłuższego czasu pracowałem. W ramach doświadczenia przybliżyłem założenia oraz wyniki moich badań i obserwacji. Przygotowanie się do pokazu było zdecydowanie najbardziej wymagające, ponieważ musiałem przedstawić informacje w sposób przystępny dla odbiorców, aby nikogo nie zniechęcić i tym bardziej nie zanudzić na śmierć, potokiem informacji na temat symbiotycznych bakterii rozkładających polistyren oraz produktów powstających w wyniku tego procesu. Mimo początkowych trudności z przedstawieniem projektu wszystko potoczyło się zgodnie z moimi oczekiwaniami. Udział w konkursie pomógł mi dopracować projekt oraz zapewnił możliwość samorozwoju i pogłębiania zainteresowań przyrodniczych” (Darek kl. 2 d).

„Doświadczenie: »Burza w probówce« pozwoliło nam zrozumieć sposób powstawania grzmotów i błyskawic. Skala mikro tego doświadczenia wywoływała także niemałe emocje jak podczas

burzy w środku lasu. Trzeba także pamiętać o bezpieczeństwie podczas jego wykonywania, aby wspaniały efekt wizualny nie zakończył się nieszczęśliwym wypadkiem” (Monika, absolwentka).

„Korzyści, jakie dają nam uczniom konkursy przyrodnicze, są spore. Najważniejsza z nich, moim zdaniem, jest możliwość nauki poprzez obserwację, zabawę i rywalizację z innymi uczniami. Im bardziej spektakularne, a zarazem proste przedstawianie zjawiska, tym bardziej zapada w naszej pamięci. Coroczny konkurs przyrodniczy organizowany przez naszą szkołę przyciąga wielu uczniów, wykonujących doświadczenia od tych najbardziej banalnych, do skomplikowanych i trudnych do wyjaśnienia. Ważne, by dobrze się bawić, bo przecież nie raz doświadczenie nie wyjdzie tak jak trzeba, a rywalizacja jest spora” (Martyna kl. 3 c).

Uczniowie mają także możliwość uczestniczenia w **konkursach pozaszkolnych**, jak np. Olimpiada Biologiczna, Ekologiczna, Chemiczna. Od kilku lat duże sukcesy odnoszą w Ogólnopolskim Konkursie fizyczno-fotograficznym „Zjawiska fizyczne wokół nas”. Konkurs cieszy się bardzo dużym zainteresowaniem, wysyłamy corocznie około 20 zdjęć w dwóch kategoriach: „Zjawiska fizyczne” i „Eksperymenty fizyczne”. Młodzi ludzie rozwijają kreatywność myślenia, dostrzegania różnorodnych zjawisk fizycznych i doskonałą umiejętności fotografowania. Jak mówi laureatka tego konkursu: „Naprawdę nie trzeba mieć wiele szczęścia, by uchwycić piękno fizycznych zjawisk otaczających nas na każdym kroku”.

W szkole realizujemy też inne **projekty przyrodnicze**. W zeszłym roku, we współpracy z Wydziałem Chemii



Anatomia ryby, fot. R. Kozioł

Uniwersytetu Jagiellońskiego, wzięliśmy udział w projekcie IRRESISTIBLE. Miał on podnieść świadomość młodzieży, że nauka przedmiotów przyrodniczych to także dociekania naukowe przez eksperymenty. Projekt składał się z kilku tematycznych modułów o nanotechnologii. Uczniowie uczestniczyli w warsztatach, które odbywały się w Krakowie w Collegium Maius. Naszym zadaniem była również współpraca z naukowcem, dlatego chętnie zaprosiliśmy na wizytę szkolną pana dr. Rafała Kurczaba, znanego już uczniom z popularnonaukowych wykładów wygłaszanych na „Piątkach Chemicznych”.

W ramach projektu uczniowie uczestniczyli również w zajęciach pozalekcyjnych, na których zaznajamiali się z pojęciami nanotechnologii i otrzymywali w warunkach szkolnych cząstki nanosrebra. Końcowym efektem działania młodzieży było stworzenie szkolnej wystawy mającej zobrazować związek pomiędzy badaniem naukowym a społeczeństwem. Wystawę obejrzała cała społeczność V LO i gimnazjaliści w czasie Dni Otwartych szkoły. Należy nadmienić, że dwa najlepsze projekty z wystawy znalazły się w Krakowie w Muzeum UJ. Wystawa „Witamy w nanoświecie” nadal się odbywa, a więc uczniowie mogą zaprezentować się szerszej publiczności. „Niezwykle jest to, że studiując obecnie na Śląsku, mogłam zobaczyć wystawę jeszcze raz i wrócić wspomnieniami do projektu” (Monika, absolwentka). Wystawę jeszcze w tym roku, w okresie od maja do lipca będziemy mogli zobaczyć w naszym mieście.

A co na co dzień – żmudna realizacja materiału nauczania, w miarę możliwości uatrakcyjniana filmami, prezentacjami, doświadczeniami, sekcjami, obserwacjami w trudnych szkolnych warunkach lokalowych. „Świat jest pełen piękna, które łatwo uchwycić na fotografii lub przedstawić w ciekawy sposób podczas doświadczenia. Nauka przez działanie jest bardziej fascynująca i skuteczna” (Martyna kl. 3 c).

Słowa kluczowe: nauczanie przedmiotów przyrodniczych, V LO w Tarnowie.

* * *

Bożena Lasko, Renata Kozioł, Monika SENDERAK, Piotr Kwiek – nauczyciele V LO w Tarnowie.

Nauczanie przedmiotów matematyczno-przyrodniczych w szkole

MARZENA SULA-MATUSZKIEWICZ

Uczniowie starają się sprostać oczekiwaniom nauczycieli i upodobnić do narzucanego im wzorca. Kłopot w tym, że tym wzorcem jest przeciętny uczeń.

Sukcesy lub ich brak w trakcie nauki matematyki często są następstwem jakości kształcenia tego przedmiotu na etapie edukacji wczesnoszkolnej. Dzieci w wieku przedszkolnym wykazują zainteresowanie nauką matematyki, więc przypuszcza się, że problem tkwi w błędach metodycznych popełnianych przez nauczycieli klas I–III, które skutkują negatywnym nastawieniem uczniów do nauki matematyki w ich dalszej karierze szkolnej¹. Zamierzeniem autorów poradnika *Matematyczna edukacja wczesnoszkolna* jest dostarczenie nauczycielom rzetelnej podbudowy teoretycznej, skłaniającej pedagogów do autorefleksji nad swoim warsztatem metodycznym w celu wypracowania nowej jakości kształcenia. Przeprowadzone przez Edytę Gruszczyk-Kolczyńską badania dzieci w wieku przedszkolnym pozwoliły autorce stwierdzić, że „wybitne uzdolnienia matematyczne wyraziście zarysowują się już w piątym roku życia dziecka (...) co piąty pięcioletek manifestuje swoje wybitne uzdolnienia matematyczne”². Jednym z powodów obniżenia poziomu demonstracji przez uczniów swoich uzdolnień w klasie pierwszej szkoły podstawowej, według autorki badań, jest silna socjalizacja, będąca efektem ubocznym uczenia przez nauczycieli wzorców zachowań w grupie uczniowskiej. Dzieci starają się sprostać oczekiwaniom nauczycieli i upodobnić do narzucanego im wzorca. Kłopot w tym, że tym wzorcem jest przeciętny uczeń³.

Weryfikacji organizacji procesu nauczania oraz stosowanych metod przez nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej domaga się także profesor Zbigniew Semadeni, zgodnie z założeniami konstruktywistycznego nurtu pedagogiki. Poddaje krytyce sposób traktowania w polskiej szkole błędów popełnianych

przez uczniów, kwestionuje nauczanie podające, zasady konstruowania zadań w podręcznikach do matematyki oraz zasady tworzenia arytmetycznych sytuacji problemowych.

Sukcesy lub ich brak w trakcie nauki matematyki często są następstwem jakości kształcenia tego przedmiotu na etapie edukacji wczesnoszkolnej.

Innego rodzaju problemy stają przed dydaktykami pracującymi ze starszymi uczniami, przyzwyczajonymi do korzystania z nowoczesnych technologii komputerowych, dla których lekcje prowadzone w tradycyjnej formie nie są ani atrakcyjne, ani nie przynoszą pożądanych efektów nauczania. Dlatego też warto zwrócić uwagę na możliwości wykorzystania zasobów platformy Moodle, która uczestnikom szkoleń umożliwia udział w różnych rodzajach interaktywności oraz samodzielne tworzenie zasobów internetowych. W książce Beaty Jancarz-Łanczkowskiej zostały omówione sposoby wykorzystania nauczania e-learningowego w edukacji przyrodniczej uczniów szkół ponadpodstawowych. Do podobnych rozwiązań dydaktycznych zachęcają autorzy poradnika *Edukacja przyrodnicza drogą podwyższania świadomości środowiskowej społeczeństwa*, rekomendując Akademię Khana jako narzędzie wspomagające proces nauczania biologii w liceum ogólnokształcącym. Akademia Khana jest portalem edukacyjnym zawierającym zasoby z różnych dziedzin naukowych: matematyki, fizyki, chemii, ekonomii, informatyki i nauk humanistycznych. Przeprowadzone badania w zakresie nauczania biologii z wykorzystaniem zasobów Akademii Khana wykazały wzrost

efektywności nauczania o 1,44 pkt w skali przyjętej przez autorów badań⁴. Również ciekawą propozycją jest włączenie do kształcenia przyrodniczego biomonitoringu, czyli systemu pomiarów zanieczyszczenia środowiska z wykorzystaniem żywych organizmów. Biomonitoring pozwala nie tylko określić poziom zanieczyszczenia, ale również umożliwia obserwowanie konkretnych reakcji żywych organizmów na te zanieczyszczenia, jak również zaburzeń zachodzących w ekosystemach.

Celem autorów monografii *Edukacja przyrodnicza drogą podwyższania świadomości środowiskowej społeczeństwa* jest uświadomienie wzajemnych powiązań funkcjonujących w przyrodzie i skutków, jakie wywołuje ingerencja człowieka w środowisko. Istotą nauczania o przyrodzie jest kształtowanie świadomego stosunku człowieka do świata przyrody.

Prezentowana literatura:

Edukacja przyrodnicza drogą podwyższania świadomości środowiskowej społeczeństwa, red. Alicja Walosik, Ilona Żeber-Dzikowska. Kraków: Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Pedagogicznego, 2017. ISBN 978-83-8084-079-9. Sygn. 268884.

Jancarz-Łanczkowska Beata: *Edukacja przyrodnicza z zastosowaniem e-learningu przygotowanie do uczenia się przez całe życie*. Kraków: Wydawnictwo LIBRON – Filip Lohner, 2016. ISBN 978-83-65148-74-2. Sygn. 266831.

Matematyczna edukacja wczesnoszkolna: teoria i praktyka, red. Zbigniew Semadeni i in. Kielce: Wydawnictwo Pedagogiczne ZNP, 2015. ISBN 978-83-7173-309-3. Sygn. 267117, 267118, 268864.

Słowa kluczowe: nauczanie przedmiotów matematyczno-przyrodniczych.

PRZYPISY:

¹ Z. Semadeni i in. (red.), *Matematyczna edukacja wczesnoszkolna: teoria i praktyka*, Kielce 2015, s. 7.

² Tamże, s. 177.

³ Tamże, s. 178.

⁴ A. Walosik, I. Żeber-Dzikowska (red.), *Edukacja przyrodnicza drogą podwyższania świadomości środowiskowej społeczeństwa*, Kraków 2017, s. 245.

* * *



Marzena Sula-Matuszkiewicz jest kierownikiem Czytelni Głównej Pedagogicznej Biblioteki Wojewódzkiej w Krakowie. Jest członkiem Zespołu Redakcyjnego „Hejnału Oświatowego”.

Józefa Franciszka Joteyko

MARTA JESIONEK

Artykuł zawiera najważniejsze informacje o życiu i działalności Józefy Franciszki Joteyko, współtwórczyni polskiej pedagogiki specjalnej, promotorki pedagogii. Tym tekstem kontynuujemy cykl artykułów o kobietach odgrywających znaczącą rolę w polskiej pedagogice.

Józefa Franciszka Joteyko (1866–1928)

Uczona w domu przez rodziców, zafascynowana naukami biologicznymi, pilna i systematyczna, dzięki swoim marzeniom i odwadze ukończyła medycynę w Brukseli oraz została pierwszą kobietą powołaną na katedrę w Collège de France. Józefa Franciszka Joteyko – lekarz, psycholog, pedagog, neurolog rozwojowy, promotorka pedagogii, reformatorka polskiej szkoły, współorganizatorka pedagogiki specjalnej oraz zwolenniczka darmowej, obowiązkowej i ogólnodostępnej edukacji.

Józefa Joteyko urodziła się 29 stycznia 1866 r. w Poczujkach koło Kijowa, w litewskiej rodzinie szlacheckiej. Była najstarszym z czwórki dzieci zamożnych ziemian Lucjana oraz Karoliny z Odrowążów Kuriańskiej¹. Rodzice Joteyko zapewniali swoim dzieciom jak najlepsze warunki do nauki, by od najmłodszych lat uczyły się języków obcych oraz kształtowały swoje zainteresowania muzyczne. W 1873 r. Joteykowie wydzielili rodzinny majątek i przenieśli się do Warszawy, by dzieci mogły zdobyć lepsze wykształcenie. Po przeprowadzce Józefa pobierała nauki w domu, pod kierunkiem matki oraz guwernantki pani Perosette, która przeprowadziła się do Warszawy wraz z rodziną².

W 1876 r. Józefa wraz z siostrą Zofią zaczęły uczęszczać na prywatną żeńską pensję pani Sierakowskiej. Nie uczyły się tam jednak długo, gdyż zarówno poziom nauczania, jak i kierunek wychowania okazały się dla rodziców dziewczynek niezadowolające. Ze względu na rusyfikację niemożliwe było wówczas nauczanie w szkołach w języku polskim oraz w duchu polskiego patriotyzmu, więc Joteykowie podjęli decyzję o zaprzestaniu posyłania dzieci do szkoły oraz uczeniu ich we własnym domu. Na zorganizowane przez Joteyków komplety uczęszczały nie tylko ich dwie córki, ale także ich kuzynka Teofila Wilamow-

ska oraz Zofia Wolffówna, córka warszawskiego wydawcy³. Wykładowcami dziewczynek byli najwybitniejsi polscy przedstawiciele nauki, m.in. historyk literatury Piotr Chmielowski czy chemik Karol Olszewski, którzy wchodzili w skład tzw. „Uniwersytetu Latającego”, powołanego w 1884 r. przez Jadwigę Szczawińską. Dużą rolę w nauczaniu dziewczynek odegrała także matka Józefy, która notowała treści wykładów oraz powtarzała z uczennicami materiał nauczania⁴.

Józefa Franciszka Joteyko – lekarz, psycholog, pedagog, neurolog rozwojowy, promotorka pedagogii, reformatorka polskiej szkoły.

W 1884 r. Józefa ukończyła naukę na poziomie szkoły średniej i zdecydowała zdać egzamin na nauczycielkę domową. Pomimo swojej pilności i pracowitości egzaminu nie zdała ze względu na niechęć do nauki języka rosyjskiego oraz rosyjskiej literatury. Marzyła wówczas o rozpoczęciu studiów medycznych na uniwersytecie, w związku z czym rozpoczęła przygotowania, nadrabiając braki w wiedzy. Joteyko doskonale wiedziała, że w Polsce nie było możliwe, by kobieta uczęszczała na uniwersytet, ale mimo tego dążyła do spełnienia swoich marzeń, poświęcając się nauce i odrzucając przy tym wszelkie małżeńskie propozycje⁵.

W 1886 r. wyjechała do Genewy, by tam na Uniwersytecie Genewskim rozpocząć studia przyrodnicze. Ukończyła je w 1888 r., uzyskując bakalaureat⁶ z zakresu nauk fizycznych oraz przyrodniczych. Następnie Joteyko powróciła na rok do Warszawy. W 1889 r. wraz z matką oraz rodzeństwem wyjechała do Brukseli, by tam rozpocząć studia medyczne na Wydziale Lekarskim. Pogarszający się stan zdrowia ojca, a w rezultacie jego śmierć oraz trudne warunki

finansowe rodziny sprawiły, że Joteyko wie zmuszeni byli wrócić do Polski.

W 1890 r. Józefa przeniosła się na studia do Paryża, gdzie została doceniona przez tamtejszych profesorów, pisała artykuły w języku francuskim, a w kręgu jej głównych zainteresowań były wówczas studia fizjologiczne oraz patologia ogólna. W 1896 r. Joteyko uzyskała tytuł doktora wszechnauk lekarskich⁷, a jej rozprawa doktorska otrzymała honorowe wyróżnienie Wydziału Lekarskiego. Po ukończeniu studiów prowadziła praktykę lekarską w Paryżu, jednak po dwóch latach z niej zrezygnowała, by poświęcić się pracy naukowej. W 1898 r. wyjechała do Brukseli, gdzie została asystentką w Instytucie Fizjologicznym Solvaya. Jednocześnie podjęła pracę w Laboratorium Psychofizycznym Uniwersytetu Brukselskiego i wykładała psychologię doświadczalną⁸.

W tym czasie Joteyko intensywnie pracowała naukowo, publikowała wiele cennych artykułów w czasopiśmie zarówno francuskich, belgijskich, jak i polskich: „Ateneum”, „Przegląd Tygodniowy” czy „Wszecławiat”. W 1902 r. z uwagi na swoje zasługi została powołana na członka Królewskiego Towarzystwa Nauk Medycznych i Przyrodniczych w Brukseli oraz Belgijskiego Towarzystwa Neurologicznego, którego w późniejszych latach została wiceprzewodniczącą oraz przewodniczącą. W 1903 r. została członkiem Stowarzyszenia Chemików Francuskich, a w 1904 r. członkiem Towarzystwa Filozoficznego we Lwowie. Brała także czynny udział w wielu zagranicznych kongresach, gdzie prezentowała wyniki swoich badań, a zjawiska medyczne, które odkryła, były nie tylko wielokrotnie nagradzane, ale zostały również nazwane jej nazwiskiem. Swoje zainteresowania skierowała wówczas w stronę pedologii oraz pedagogiki.

W 1906 r. podjęła się prowadzenia wykładów z zakresu psychologii pedagogicznej na seminariach nauczycielskich w Mons i Charleroi⁹, które prowadziła aż do wybuchu I wojny światowej. W 1908 r. założyła kwartalnik naukowy „Revue Psychologique”, którego była również redaktorem. Wprowadziła naukowe metody badań dzieci, zorganizowała dla seminarzystów pracownię pedologiczną, uczyła prowadzenia bezpośredniej obserwacji dziecka, a także właściwego ukierunkowania pracy nad jego poznaniem. Opracowała schemat

karty indywidualnej dziecka, z której w późniejszym czasie korzystały inne ośrodki kształcenia nauczycieli.

Od 1909 r. poszerzyła działalność pedagogiczną, pragnąc jak najbardziej rozpowszechnić swoje poglądy oraz badania z zakresu psychologii, pedagogiki oraz psychologicznych metod badań dzieci. W lipcu 1909 r. przygotowała letnie „Seminarium Pedagogiczne”, które cieszyło się ogromną popularnością. W 1911 r. zorganizowała jako sekretarz generalny I Międzynarodowy Kongres Pedologiczny w Brukseli, a w 1912 r. w tym samym mieście założyła oraz prowadziła, według opracowanego przez siebie programu¹⁰, Międzynarodowy Fakultet Pedologiczny, otwierając tym samym zupełnie nowy kierunek kształcenia pedagogów. Kilkakrotnie przyjeżdżała do Polski wygłaszać referaty oraz prowadzić wykłady z zakresu psychologii społecznej oraz pedologii.

Wybuch I wojny światowej w 1914 r. przerwał działalność Fakultetu, Joteyko zorganizowała wówczas Komitet Pomocy dla Polaków przebywających w Belgii, a następnie wyjechała do Paryża, gdzie poświęciła się pracy wydawniczej¹¹. W 1916 r. Józefa Joteyko, olbrzymią większością głosów kolegium profesorskiego, jako pierwsza kobieta, została powołana na katedrę w Collège de France. Jej uroczysty wykład, o którym pisały gazety, odbył się 24 stycznia tego samego roku. Joteyko równocześnie prowadziła wykłady z zakresu psychologii pedagogicznej oraz pedologii na Sorbonie, a później także w Lyonie.

Józefa Joteyko była zwolenniczką idei demokratycznej w wychowaniu, jedności szkolnictwa oraz darmowej i ogólnodostępnej szkoły twórczej.

W 1918 r. z jej inicjatywy powołano Polską Ligę Nauczania i Wychowania w Paryżu, która miała na celu gromadzenie materiałów z zakresu organizacji szkolnictwa, metod pedagogicznych oraz metod nauczania i wychowania, by na ich podstawie odbudować szkolnictwo w Polsce. Joteyko propagowała również polski ruch niepodległościowy na obczyźnie. W tym samym roku pod jej redakcją ukazał się pierwszy i jedyny tom „Roczników Polskiej Ligi Nauczania”, który jednocześnie był jedynym polskim czasopiśmie ukazującym się

w tamtym czasie w Europie Zachodniej¹². Gromadziła książki, materiały oraz dane dotyczące rozwoju szkolnictwa, napisała broszurę zatytułowaną „Odbudowa Szkoły Polskiej”, a dochód z jej sprzedaży przeznaczyła dla polskich jeńców we Francji.

Jesienią 1919 r. Joteyko wróciła do Polski i podjęła starania o uzyskanie katedry psychologii na Uniwersytecie Warszawskim, które niestety nie dały efektu. Objęła za to katedrę psychologii pedagogicznej w Państwowym Instytucie Pedagogicznym w Warszawie, którą wyposażała w sprzęt przywieziony ze swojej prywatnej pracowni z Brukseli. Pomimo trudnych warunków finansowych, niewystarczającego personelu i wielu innych trudności, dalej propagowała wiedzę o dziecku, kształciła kolejne pokolenia pedagogów, inspirowała swoich uczniów, ciesząc się ich ogromnym szacunkiem. Katedrę prowadziła aż do jej zamknięcia w 1925 r. Była członkiem Rady Instytutu, z jej inicjatywy powstało Koło Psychologiczne, które wydawało swój Biuletyn również pod jej redakcją, założyła oraz redagowała pierwszy polski naukowy kwartalnik psychologiczny „Polskie Archiwum Psychologii”.

Była zwolenniczką idei demokratycznej w wychowaniu, jedności szkolnictwa oraz darmowej i ogólnodostępnej szkoły twórczej¹³, co przedstawiła m.in. w swojej pracy: *Jedność szkolnictwa ze stanowiska psychologii i potrzeb społecznych*. Od 1921 r. była członkiem komitetu redakcyjnego „Rocznika Pedagogicznego”, była także jednym z wykładowców na Wakacyjnych Kursach uniwersyteckich organizowanych przez Związek Nauczycielstwa Polskiego Szkół Powszechnych.

W latach 1920–1925 prowadziła wykłady w Państwowym Instytucie Pedagogiki Specjalnej, której dyrektorką była jej serdeczna przyjaciółka Maria Grzegorzewska. Joteyko kierowała pracami Sekcji Pedologicznej przy Kole Warszawskim Towarzystwa Nauczycieli Szkół Średnich i Wyższych. W 1922 r. została wiceprzewodniczącą Komisji Pedagogicznej Ministerstwa Wyznań Religijnych i Oświecenia Publicznego. Brała udział w międzynarodowych kongresach dotyczących wychowania. W 1926 r. zaczęła wykładać psychologię pedagogiczną oraz pedagogikę eksperymentalną w Wolnej Wszechnicy Polskiej. W tym samym roku habilitowała się na Wydziale Lekarskim Uniwersytetu Warszawskiego. Była

przewodniczącą Polskiego Towarzystwa Psychotechnicznego oraz członkiem honorowym Akademii Fizyko-Chemicznej w Palermo. W 1927 r. została powołana jako członek Komisji Opiniodawczej przy Prezesie Komitetu Ekonomicznego Ministrów, a rok później została członkiem Rady Ochrony Pracy przy Ministerstwie Pracy i Opieki Społecznej¹⁴.

Dorobek naukowy Józefy Joteyko szacowany jest na 262 prace drukowane, a także kilka obszernych prac pozostałych w rękopisie. Józefa Joteyko zmarła 24 kwietnia 1928 r. w Warszawie, gdzie została pochowana na cmentarzu Powązkowskim.

Słowa kluczowe: kobiety w pedagogice, Józefa Franciszka Joteyko.

PRZYPISY:

- ¹ O. Lipkowski, *Józefa Joteyko: życie i działalność*, Warszawa 1968, s.13.
- ² Tamże, s. 14.
- ³ Tamże, s. 16.
- ⁴ Tamże, s. 16.
- ⁵ Tamże, s. 22.
- ⁶ bakalaureat – w Polsce tytuł licencjata [przyp. autora].
- ⁷ O. Lipkowski, dz. cyt.
- ⁸ *Joteykówka Józefa Franciszka*, [w:] *Polski słownik biograficzny*, t. XI, Wrocław 1964–1965, s. 297.
- ⁹ Tamże, s. 298.
- ¹⁰ Tamże, s. 298.
- ¹¹ M. Grzegorzewska, *Po zgonie Prof. Dr. Józefy Joteyko*, „Ruch Pedagogiczny” 1928, nr 6, s. 131.
- ¹² Tamże, s. 133.
- ¹³ Tamże, s. 134.
- ¹⁴ *Joteykówka Józefa Franciszka*, dz. cyt., s. 299.

BIBLIOGRAFIA:

Dudnyk N., Krasieńska I.: *Poglądy pedagogiczne Józefy Joteyko (1866–1928)*. „Nauczyciel i Szkoła” 2017, nr 1. ISSN 1426-9899.

Grzegorzewska M.: *Po zgonie Prof. Dr. Józefy Joteyko*. „Ruch Pedagogiczny” 1928, nr 6. ISSN 0483-4992.

Joteykówka Józefa Franciszka. W: *Polski słownik biograficzny*, t. XI. Wrocław: Zakład Narodowy im. Ossolińskich, 1964–1965. ISBN (brak).

Lipkowski O.: *Józefa Joteyko: życie i działalność*. Warszawa: PWN, 1968. ISBN (brak).

* * *



Marta Jesionek – nauczyciel bibliotekarz Pedagogicznej Biblioteki Wojewódzkiej w Krakowie, doktorantka Uniwersytetu Pedagogicznego w Krakowie.

Dziecko jest piękne

DR ALICJA JANIĄK

Dziecko wzbudza zachwyt i zainteresowanie u każdego. Dlatego, że jest małe, potrzebuje pomocy, naszej troski. Daje dużo radości, otwiera na życzliwość, wzbudza miłość, współczucie, empatię, rodzicom daje poczucie szczęścia i spełnienia.



Fot. E. Demczuk

Uwaga dorosłych najsilniej jest skierowana na piękny wygląd dziecka, ogromne oczy, uśmiechnięta twarz, wyciągnięte ręce. Nie umiemy obok tego przejść obojętnie. Ale piękne dziecko to nie tylko ten zewnętrzny przejaw urody. To przede wszystkim jego wnętrze, które ujawnia się w sposób integralny na zewnątrz. Szczególnie wtedy, gdy nawiązuje emocjonalny i intelektualny kontakt z otoczeniem, z najbliższymi. Przeżywa ono, poznaje całą własną istotę i jest szczere, autentyczne w przeżywaniu, w mówieniu. To wzbudza u dorosłych właśnie ten uroczy zachwyt i zdumienie, skąd tyle u dziecka mądrości, przecież ono takie małe jeszcze.

Zapytałam kiedyś dziecko w wieku szkolnym:

- Co to znaczy piękny?
- Piękny, to takie coś, co się mi podoba, jest ładne, przyjemne, radosne, jak mój Pimpus.
- A kto to jest Pimpus?
- Mój pies, owczarek. Ale on jest teraz taki mały, malutki jeszcze i dlatego go nazywam Pimpus. Jest miłutki, mogę go przytulać i głaskać. Ma mięciutką sierść.
- A oprócz niego, co jest jeszcze piękne?
- Piękne jest też to, jak się do mnie ludzie uśmiechają. Najbardziej lubię, jak się uśmiecha mama i tata.

- Dlaczego?
- Bo wtedy wiem, że mnie kochają.
- Skąd to wiesz?
- No bo czuję. Jest tak dobrze i bezpiecznie.
- I wtedy jest pięknie?
- Tak, no bo wtedy czuję się bardzo dobrze.
- I co jest jeszcze piękne?
- Auto mojego taty. Jest takie duże... – wyciąga dwie ręce na całą długość i się uśmiecha. – Jest takie czyste, że aż błyszczące i widać wtedy dobrze, jaki ma kolor.
- A jaki ma kolor?
- Niebieski! Lśniący! A najpiękniejsze jest wtedy, jak go umyje tata, przyjemnie się patrzy na niego i jeździ w nim.
- Czy to już wszystko to co jest piękne, czy jeszcze coś? Pamiętasz coś, przypominaś sobie?
- Tak! ...Piękne jest jeszcze to... ludzie i miejsce, gdzie się dobrze odpoczywa. Ja lubię z rodzicami jeździć w wakacje nad morze. Jest tam takie duże, ogromne słońce, duże fale, dużo piasku. A z niego można budować wszystko, co się tylko umie i co się chce. Taki świat z piasku, można powyrzeźbiać i jest wtedy bardzo pięknie. Bo się tworzy i wymyśla najróżniejsze pomysły, jakie przychodzą do głowy. Bardzo lubię to robić...
- Dlaczego?
- ...Bo jak widzę własne pomysły, to wtedy myślę, że już jestem duży i mądry...

Słowa kluczowe: dziecko, piękno.

* * *



Dr Alicja Janiak – pedagog, doktor nauk społecznych w zakresie pedagogiki, nauczyciel w Szkole Podstawowej im. St. Artwińskiego nr 5 w Kielcach.

W następnym numerze:
Rok dla Niepodległej

Konferencja w ramach VII Salonu Wydawców
Między kredą a smartfonem.
Inspirująco o nauczaniu przedmiotów matematyczno-przyrodniczych

Małopolskie Centrum Doskonalenia Nauczycieli
Kraków, 23 marca 2018 r.



dr Marek Kaczmarzyk, Uniwersytet Śląski



dr hab. Wojciech Guzicki, Uniwersytet Warszawski



dr Monika Aksamit-Koperska, Uniwersytet Warszawski



Jerzy Matwijko, Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie



dr hab. Wojciech Guzicki, Uniwersytet Warszawski



Nauczyciele – uczestnicy konferencji

Wszystkie fotografie, archiwum redakcji

