

HEINAL OSWIATOWY

NR 3/201
2021

Miesięcznik Małopolskiego Centrum Doskonalenia Nauczycieli

www.mcdn.edu.pl

Ukazuje się od 1992 r.

ISSN 1233-7609



**Edukacja przyrodnicza
i matematyczna**

Instytucje
współpracujące:

Od redakcji 3

Zagadnienia oświatowo-edukacyjne

Robert Czuchnowski

Rozbudzanie i rozwijanie zainteresowań przyrodniczych uczniów 3

Marzena Sula-Matuszkiewicz

Wychować badacza przyrody 7

Anna Kos

Gry w edukacji matematycznej 9

Joanna Major, Maciej Major

Tangram jako narzędzie do kształtowania pojęć geometrycznych na różnych poziomach edukacji 12

Karolina Kołodziej

Alternatywa dla równań. Przed egzaminem ósmoklasisty z matematyki w 2021 roku 15

Damian Cisowski

Przekraczając granice 18

Witold Pająk

Zdalne nauczanie – szanse i wyzwania.
Spojrzenie nauczyciela matematyki 21

Z naszych doświadczeń – przykłady dobrej praktyki

Izabela Karoń

Zabawa a uczenie się dzieci w wieku przedszkolnym 24

Beata Jagła

Wykorzystanie okazów naturalnych w edukacji matematycznej dzieci w wieku przedszkolnym i wczesnoszkolnym 29

Dorota Długosz

Zagrajmy w MATEMATYKĘ... 31

Teresa Sklepek

Przyroda i Krakowska Matematyka 32

Recenzja

Halina Pulchny

Osiągnięcia matematyczne uczniów pod lupą psychologa 34

Miesięcznik „Hejnał Oświatowy” można otrzymać w siedzibach Małopolskiego Centrum Doskonalenia Nauczycieli: MCDN Ośrodek w Krakowie, ul. Garbarska 1; MCDN Ośrodek w Nowym Sączu, ul. Jagiellońska 61; MCDN Ośrodek w Oświęcimiu, ul. Bema 4; MCDN Ośrodek w Tarnowie, ul. Nowy Świat 30.

Okładka: Fot. Archiwum UMWM



Wydawca:

Małopolskie Centrum Doskonalenia Nauczycieli

Rada Wydawnicza:

dr Łukasz Cieślak (przewodniczący, dyrektor MCDN), Małgorzata Dutka-Mucha, Zygmunt Fryczek, Barbara Ledwoń, Ewa Sojat

Rada Redakcyjna:

prof. dr hab. Stanisław Palka (przewodniczący) – UJ, dr hab. Krystyna Ablewicz prof. UJ, dr hab. Władysław Błasiak prof. UP, SWPW, Lech Gawryłow – OKE w Krakowie, dr Krzysztof Gerc – UJ, dr hab. Jolanta Karbowiczek prof. Ignatianum, dr Iwona Ocetkiewicz – UP, dr hab. Teresa Olearczyk prof. KA, prof. dr hab. Marian Śnieżyński – UPJP2

Redaguje zespół w składzie:

Daria Grodzka (redaktor naczelna), dr hab. Małgorzata Kaliszewska prof. UJK, Joanna Peter (OKE w Krakowie), Marzena Sula-Matuszkiewicz (PBW w Krakowie), Halina Wesołowska (wicedyrektor MCDN), Sylwester Kopeć (sekretarz redakcji) oraz zespół nauczycieli konsultantów MCDN: dr Ilona Dudzik-Garstka, dr Małgorzata Jaśko, Mariola Kozak, Wojciech Papaj

Redaktor naczelna:

Daria Grodzka
tel.: (12) 61 71 111; fax: (12) 623 77 41
d.grodzka@mcdn.edu.pl

Adres redakcji:

Redakcja „Hejnał Oświatowy”
ul. Lubelska 23 (MCDN)
30-003 Kraków
tel.: 12 61 71 111; fax: 12 623 77 41
<http://hejnaloswiatowy.mcdn.edu.pl/>

Opracowanie materiałów i korekta:

Anna Róża Płatek

Warunki przyjmowania materiałów:

Materiały do publikacji należy przysłać na adres redaktor naczelnej: d.grodzka@mcdn.edu.pl

Tekst: o objętości do 10 tys. znaków ze spacjami, format Word for Windows, czcionka Calibri; rozmiar czcionki 11; odstęp wiersza pojedynczy; wymagany tytuł i krótkie wprowadzenie – lead; krótka informacja o autorze; przypisy i bibliografia zamieszczone pod tekstem.

Redakcja zastrzega sobie prawo do adiustacji i dokonywania zmian formalnych w artykułach. Redakcja nie zwraca nadesłanych materiałów oraz zastrzega sobie odmowę publikacji materiału bez podania przyczyny.

Przedruk materiałów publikowanych w „Hejnale Oświatowym” bez zgody wydawcy jest zabroniony. Zakaz nie dotyczy cytowania publikacji z powołaniem na źródło.

Czasopismo ukazuje się w wersji papierowej (wersja pierwotna) oraz on-line.

Nakład 1000 egzemplarzy

Skład i druk: Digital Art Studio Gała Przemysław

ISSN 1233-7609

Szanowni Państwo



Wdrażanie nowej podstawy programowej w szkołach ponadpodstawowych ze szczególnym uwzględnieniem edukacji przyrodniczej i matematycznej, a także rozwijanie samodzielności, innowacyjności i kreatywności uczniów to jeden z podstawowych kierunków realizacji polityki oświatowej państwa w tym roku szkolnym. Poświęcamy temu zagadnieniu wiele uwagi w bieżącym numerze „Hejnału Oświatowego”.

Jak wspierać zainteresowania przyrodnicze uczniów? Jak pomagać uczniom uzdolnionym przyrodniczo, przejawiającym szczególne zainteresowanie tą dziedziną wiedzy? Na te i inne pytania odpowiada autor pierwszego artykułu w tym numerze „Hejnału”. Natomiast autorzy kolejnych tekstów pokazują, jak pomóc młodym ludziom przezwyciężać trudności w uczeniu się matematyki. W tym kontekście bardzo istotny jest właściwy dobór metod i form pracy, pomocy i środków dydaktycznych, które wyzwolą aktywność uczniów w kierunku konstruowania wiedzy matematycznej na coraz wyższych poziomach. Wśród metod, które zasługują na uwagę, znajdują się gry. Jak podkreśla autorka jednego z artykułów, stosując gry w edukacji matematycznej, dajemy młodym ludziom szansę na pokonywanie trudności zarówno merytorycznych, jak i społecznych. Zapraszam do zapoznania się z przykładami dobrych praktyk w tym zakresie.

Polecam do przeczytania recenzję książki oraz informację o konferencji dla nauczycieli matematyki. Zachęcam również do odwiedzania strony internetowej MCDN: <https://mcdn.edu.pl/> oraz śledzenia nowości na profilu FB: <https://www.facebook.com/mcdn.edu>.

Daria Grodzka
redaktor naczelna
miesięcznika
„Hejnał Oświatowy”

Rozbudzanie i rozwijanie zainteresowań przyrodniczych uczniów

— dr Robert Czuchnowski —

W artykule omówiono zasady rozbudzania zainteresowań przyrodniczych uczniów i rolę nauczyciela w tym procesie. Szczegółowo przedstawiono znaczenie zajęć terenowych i eksperymentów, a także wybrane przykłady wsparcia młodych ludzi uzdolnionych przyrodniczo.

Rozbudzanie i podtrzymywanie ciekawości wydaje się podstawowym zadaniem tak rodziców, jak i nauczycieli. Już od najmłodszych lat to właśnie naturalna ciekawość jest odpowiedzialna za dziecięcą łatwość w przyswajaniu ogromnej ilości informacji i kształtowaniu ważnych umiejętności. Z czasem otaczająca rzeczywistość staje się jednak bardziej przewidywalna, przez co mniej fascynująca. I dlatego właśnie zdolność do pielęgnowania, podtrzymywania i rozwijania tej dziecięcej ciekawości w dalszych etapach rozwoju dziecka, ale również w życiu dorosłym staje się kluczowym wyzwaniem współczesnej edukacji.

Wzbudzanie zainteresowania powinno być głównym celem nauki każdego przedmiotu (Świątek i Tryjanowski, 2015). Dzięki prawdziwemu zaangażowaniu uczeń chce również samodzielnie odkrywać i dowiadywać się coraz więcej, a godzin spędzonych na nauce nie uważa za zmarnowane. W ten sposób kształtuje się prawdziwa pasja, która nadaje często nowy sens naszej egzystencji i staje się sposobem na życie. A o tym, że pasja bywa zaraźliwa, najlepiej świadczą liczne przykłady nauczycieli pasjonatów, którzy potrafili własnymi zainteresowaniami w jakiejś dziedzinie wiedzy „zarazić” wielu swoich wychowanków, niekiedy późniejszych profesorów najszacowniejszych

światowych uniwersytetów. Dlatego właśnie pasja jest wymieniana w wielu badaniach dydaktycznych jako ta cecha nauczyciela, którą najwyżej cenią sobie uczniowie. Pasję zarazamy się nie tylko od nauczycieli czy rodziców, ale także grupa rówieśnicza może spełniać taką rolę. Dlatego uczniom o podobnych zainteresowaniach należy umożliwiać wzajemne kontakty i współpracę. W warunkach szkolnych taką rolę spełniają koła zainteresowań. Mają one działanie stymulujące, pozwalają na wymianę doświadczeń i dodatkowo uruchamiają wartościowe procesy uczenia się od siebie nawzajem.

Rozbudzanie zainteresowań przyrodniczych warto rozpoczynać już w okresie przedszkolnym i wczesnoszkolnym, co bezpośrednio wpływa na rozwój umysłowy, emocjonalny, społeczny i zdrowotny dzieci. W tym okresie dziecko wchodzi w aktywne relacje ze swoim otoczeniem, także tym przyrodniczym. Zatem rolą rodziców i nauczycieli jest dostarczenie mu możliwości aktywnego poznawania przyrody poprzez bezpośredni kontakt z nią. Warto angażować w te procesy poznawcze możliwie wiele zmysłów, stwarzając warunki do samodzielnych obserwacji otoczenia przyrodniczego i stawiania pytań, a następnie poszukiwania odpowiedzi poprzez proste eksperymenty. Należy też zadbać, aby potrzeba poznania wynikała z zainteresowań samego dziecka.

W systemie edukacyjnym to nauczyciel jest kluczowym elementem w procesie odkrywania i rozbudzania zainteresowań uczniów. Ma on do dyspozycji różnorodne strategie, metody, formy i środki dydaktyczne, które powinien wykorzystać w jednym tylko celu – do przeprowadzenia ciekawej lekcji. Ciekawą lekcję stosunkowo łatwo rozpoznać, bo po jej zakończeniu uczniowie nie chcą opuszczać sali lekcyjnej, często otaczają wianuszkami nauczyciela, by zadać mu dodatkowe pytania. W nauczaniu przyrody i biologii szczególną rolę wśród środków dydaktycznych odgrywają okazy i żywe hodowle.

Pomimo możliwości wykorzystania wielu nowoczesnych środków audiowizualnych nadal nic nie zastąpi bezpośredniego kontaktu z obiektem przyrodniczym. Dlatego już w edukacji wczesnoszkolnej pojawiają się w klasach tzw. kąci przyrody, gdzie gromadzone są różne okazy. Trzeba pamiętać o podobnych eksponatach również w późniejszych etapach kształcenia. Prowadzenie hodowli szkolnych ma nie tylko wartość edukacyjną, poznawczą, ale także pozwala rozwijać u młodych

ludzi odpowiedzialność, systematyczność, empatię. Organizacja hodowli wymaga od nauczyciela bardzo dobrego przygotowania, w tym wyboru odpowiedniego materiału (Graclik, 2015).

W rozbudzaniu zainteresowań przyrodniczych, spośród bogatego arsenału dostępnych form i metod, szczególną rolę odgrywają zajęcia terenowe i eksperymenty.

Zajęcia terenowe

Zajęcia terenowe są chyba najważniejszym sposobem na efektywną naukę przyrody i biologii, a sam bezpośredni kontakt z przyrodą jest dla ucznia czymś innym i ciekawym (Żołędziwski, 2014). Taka forma prowadzenia lekcji pozwala uczniom zaangażować emocje oraz skutkuje szybszym i trwałszym zapamiętywaniem (Grygier i in., 2013). Dodatkowym bonusem jest aktywność fizyczna, która pobudza krążenie i sprzyja dotlenieniu organizmu. Ma to szczególne znaczenia dla mózgu, organu odpowiedzialnego za uczenie się. Oczywiście należy podkreślić, że powinna to być normalna lekcja, podczas której realizujemy konkretne cele dydaktyczne. Wycieczka nie może przybrać charakteru wycieczki rekreacyjnej. Jednak nadal wielu nauczycieli ma wątpliwości co do tej formy nauki, uznając że ilość przekazanych informacji podczas takich zajęć w terenie jest mniejsza niż na tradycyjnej lekcji w klasie. Pamiętajmy jednak, że nie chodzi o „ilość” wiedzy, ale jej operatywność. A ta w przypadku lekcji terenowych jest bardzo wysoka, uczniowie dokonują własnych, niezaplanowanych w scenariuszu obserwacji, zadają dodatkowe pytania i rozwiązują problemy.

Oczywiście przygotowanie, organizacja i realizacja lekcji terenowych wymaga od nauczyciela większego nakładu pracy. Również od pogody zależy, czy wycieczka będzie możliwa do przeprowadzenia. Warto podkreślić, że wyjście w teren nie musi obejmować całej lekcji. Równie dobrze może to być kilkunastominutowe wyjście z uczniami w okolice budynku szkoły, aby po dokonaniu obserwacji kontynuować lekcję w sali lekcyjnej. Jeśli jest taka możliwość, warto na terenie przyszkolnym zorganizować własną przestrzeń dydaktyczną do zajęć terenowych, np. poletka doświadczalne, miniogrody botaniczne, karmniki i pojniki dla ptaków, domki dla owadów itp., które uatrakcyjnią zajęcia. Jest to rozwiązanie stosowane z powodzeniem w krajach skandynawskich.

Szczególnie wartościowe są zajęcia o charakterze długoterminowym, np. obozy naukowe lub tzw. zielone szkoły. Podczas nich młodzi ludzie mogą realizować własne projekty badawcze – indywidualne oraz grupowe. Wymienione formy nauki pozaszkolnej rozwijają kompetencje społeczne uczniów, integrują grupę i uczą zasad współpracy.

Eksperymenty

Pomimo licznych zapisów w nowych podstawach programowych zalecających szerokie wprowadzanie metody badawczej do programów nauczania przedmiotów przyrodniczych w praktyce szkolnej doświadczenia i eksperymenty są wyłącznie ilustracją dla przedstawianych treści (Czuchnowski i Paul 2019, Czuchnowski 2020). Zazwyczaj jest to pokaz nauczyciela, a zadaniem uczniów jest jedynie potwierdzenie zgodności wyników z podaną wcześniej wiedzą teoretyczną. W nowoczesnej dydaktyce nauczyciel nie jest prostym przekaznikiem wiedzy, ale raczej przewodnikiem w procesie uczenia się, w którym aktywność powinna być domeną uczniów (Ellermeijer 2013). Stąd w wielu krajach popularna stała się strategia nauczania oparta o odkrywanie, w tym także dociekanie naukowe (Maciejowska i Odrowąż 2013). Jest to skuteczne narzędzie kształtowania zainteresowań przyrodniczych uczniów, w wyniku czego młody człowiek staje się kreatorem procesu dydaktycznego. Pozwala to nie tylko rozwijać ciekawość badawczą młodych ludzi, ale wyposaża ich w konkretne umiejętności diagnozowania problemów i stawiania pytań, planowania i wykonywania badań, weryfikacji hipotez i formułowania spójnych argumentów, a także poszukiwania informacji, prezentowania wyników lub dyskusowania z rówieśnikami (Bernard i in., 2012, Broś i in., 2013).

Uczniowie uzdolnieni przyrodniczo

W przypadku uczniów wybitnie uzdolnionych przyrodniczo, przejawiających szczególne zainteresowanie tą dziedziną wiedzy poza różnymi tradycyjnymi formami pozalekcyjnymi jak koła zainteresowań lub uczestnictwo w konkursach przedmiotowych warto wykorzystać coraz bogatszą ofertę zajęć pozaszkolnych. Obecnie wiele instytucji proponuje wsparcie kształcenia szkolnego o dedykowane różnym grupom wiekowym zajęcia

rozwijające zainteresowania. Są to renomowane instytucje, uczelnie wyższe zapewniające wysoką jakość i profesjonalizm prowadzonych zajęć, np. Centrum Nauki Kopernik, BioCentrum Edukacji Naukowej. Ostatnio podobne przedsięwzięcia są realizowane w wielu miastach uniwersyteckich w postaci centrów edukacyjnych czy ogrodów doświadczeń itp. Zajęcia warsztatowe dla najmłodszych dzieci prowadzi np. Uniwersytet Dzieci. Większość z nich ze względu na lokalizację w dużych ośrodkach akademickich utrudnia dostęp do nich młodzieży z mniejszych i oddalonych miejscowości. Proponowane obecnie formy zdalnego nauczania tylko w ograniczonym stopniu rozwiązują ten problem i nie zapewnią tych samych możliwości edukacyjnych co stacjonarne zajęcia praktyczne. Dodatkowo wspomniane formy mają najczęściej charakter okazjonalny i niecykliczny.

Dobrym rozwiązaniem jest współpraca patronacka między uczelniami a szkołami, wspierająca uczniów zdolnych. Współpraca szkoły z uczelnią pozwala tym uczniom uczestniczyć regularnie w zajęciach prowadzonych przez nauczycieli akademickich z wykorzystaniem potencjału dydaktycznego i laboratoryjnego uczelni. Sam od wielu lat koordynuję współpracę patronacką Wydziału Biologii UJ z jednym z krakowskich liceów. Corocznie licealiści biorą udział w programie obejmującym ponad ok. 70 godzin zajęć dostosowanych do podstawy programowej kształcenia ogólnego dla liceum realizowany przez zespół 10–12 nauczycieli akademickich. Udział uczniów w zajęciach akademickich umożliwia im rozwijanie zainteresowań, ale też ułatwia podjęcie decyzji co do dalszej ścieżki kształcenia. Już kilkunastu uczniów uczestniczących w zajęciach Wydziału Biologii zdecydowało się wybrać jako kierunek studiów właśnie biologię na Uniwersytecie Jagiellońskim.

Kolejnym dobrym przykładem współpracy między uczelniami a środowiskiem szkolnym jest działalność Krakowskiego Młodzieżowego Towarzystwa Przyjaciół Nauk i Sztuk, które od ponad czterdziestu lat działa pod patronatem Uniwersytetu Jagiellońskiego w Centrum Młodzieży im. Henryka Jordana w Krakowie. Koordynuję prace jego sekcji biologicznej. Co roku w semestrze zimowym przygotowuję dla grupy ok. 50 uczestników atrakcyjny program zajęć, który obejmuje cykl 12–14 dwugodzinnych zajęć różnego rodzaju (wykłady konwersatoryjne, ćwiczenia praktyczne, warsztaty)

prowadzonych przez specjalistów z kilku dziedzin biologii. O tym, jak duże jest zapotrzebowanie na tego typu zajęcia, świadczy liczba zgłoszeń, która zazwyczaj przekracza nasze możliwości organizacyjne. Z tego powodu co roku zachodzi konieczność tworzenia list rezerwowych.

Przykładem dobrej praktyki jest także realizowany od 2014 roku prestiżowy projekt „Małopolska Chmura Edukacyjna – nowy model nauczania”. Jest to innowacyjna propozycja edukacyjna, której celem jest przybliżenie uczniom w Małopolsce osiągnięć naukowych uczelni wyższych przy wykorzystaniu technologii informacyjnych i telekomunikacyjnych. W projekt zaangażowane są prawie wszystkie wyższe uczelnie i szkoły z terenu Małopolski. Reprezentowane są różne dziedziny wiedzy, w tym obszar biologii, za koordynację którego odpowiadam ja.

Program zawiera różnorodne formy zajęć, w tym nowatorskie rozwiązanie metodyczne, czyli tzw. lekcje online. Są one prowadzone symultanicznie w trybie telekonferencji jednocześnie w kilku szkołach, przy czym grupa dwudziestu uczniów (co tydzień z innej szkoły) uczestniczy w zajęciach stacjonarnie, na sali wykładowej. Roczny cykl interaktywnych zajęć online z biologii obejmuje po 30 godzin takich lekcji dla każdej z dwóch grup szkół. Ponadto w ramach projektu uczniowie mają możliwość uczestniczyć w pracach kół naukowych (corocznie dla 14–20 szkół), w których poznają metodę naukową, wykonują liczne eksperymenty, a na koniec planują i realizują własne projekty badawcze. Cykl pracy kół wieńczy konferencja naukowa prowadzona w trybie online przez pracowników naukowych Uniwersytetu Jagiellońskiego. Podczas tej konferencji grupy uczniów prezentują wyniki własnych badań. Corocznie w projekcie organizowane są także warsztaty weekendowe, podczas których uczniowie przez dwa dni uczestniczą w różnych zajęciach laboratoryjnych, a także warsztaty letnie dla 100 uczniów obejmujące 5 dni zajęć praktycznych. Łącznie jest to ponad 400 godzin zajęć rocznie, w których uczestniczy ok. 700 uczniów z małopolskich szkół ponadpodstawowych.

W artykule przedstawiłem jedynie wybrane przykłady wsparcia młodych ludzi o zainteresowaniach przyrodniczych. Ważną rolę odgrywają nauczyciele, którzy powinni na bieżąco śledzić pojawiające się możliwości edukacyjne, które mogliby zaproponować swoim uczniom.

Słowa kluczowe: zainteresowania przyrodnicze, zajęcia terenowe, eksperymenty.

Bibliografia:

- Bernard P., Białas A., Broś P., Ellermeijer T., Kędzierska E., Krzeczowska M., Maciejowska I., Odrowąż E., Szostak E.: *Podstawy metodologii IBSE*. [W:] *Nauczanie przedmiotów przyrodniczych kształtujące postawy i umiejętności badawcze uczniów*. Kraków: Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, 2012.
- Broś P., Ellermeijer T., Kędzierska E., Krzeczowska M., Konsorcjum ESTABLISH: *Umiejętności ucznia rozwijane podczas nauczania przez dociekanie/odkrywanie naukowe – podstawy teoretyczne*. [W:] Maciejowska I. i Odrowąż E. (red.) *Nauczanie przedmiotów przyrodniczych kształtujące postawy i umiejętności badawcze uczniów cz. 2*. Kraków: Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, 2013.
- Czuchnowski R.: *Strategia nauczania przedmiotów przyrodniczych oparta o dociekanie naukowe*. „Hejnał Oświatowy” nr 3/191/2020.
- Czuchnowski R., Paul L.: *Nauczanie przez dociekanie naukowe w zapisach nowej podstawy programowej biologii dla liceum i technikum*. „Hejnał Oświatowy” nr 8–9/185/2019.
- Ellermeijer T., Kędzierska E., Maciejowska I., Odrowąż E., Konsorcjum ESTABLISH, 2013. *Rola nauczyciela w XXI wieku*. [W:] Maciejowska I. i Odrowąż E. (red.), *Nauczanie przedmiotów przyrodniczych kształtujące postawy i umiejętności badawcze uczniów cz. 2*. Kraków: UJ, 2013.
- Graclik A.: *Zwierzęta w dydaktyce – czyli co i jak hodować w klasie*. „Biologia w szkole” nr 11/2015.
- Grygier U., Jancarz-Łanczkowska B., Piotrowski K. T.: *Jak odkrywać i rozwijać uzdolnienia przyrodnicze uczniów w szkole podstawowej, gimnazjum i szkole ponadgimnazjalnej*. Warszawa: ORE, 2013.
- Maciejowska I. i Odrowąż E. (red.), *Nauczanie przedmiotów przyrodniczych kształtujące postawy i umiejętności badawcze uczniów cz. 2*. Kraków: UJ, 2013.
- Świtek S., Tryjanowski P.: *Wzbudzenie zainteresowania powinno być głównym celem nauki każdego przedmiotu...* „Biologia w szkole” nr 10/2015.
- Żołędziwski M.: *Zaciekać uczniów światem. Trzy sposoby na uatrakcyjnienie lekcji przyrody*. „Biologia w szkole” nr 2/2014.

* * *



Dr Robert Czuchnowski, prof. UJ – dyrektor Centrum Edukacji Przyrodniczej Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie. Autor ponad 50 prac oryginalnych, przeglądowych i opracowań zbiorowych.

Wychować badacza przyrody

Marzena Sula-Matuszkiewicz

Zainteresowania poznawcze u dzieci można rozwijać na różne sposoby. W odniesieniu do edukacji przyrodniczej najbardziej pożądaną formą jest bezpośredni kontakt z naturą.

Świat przyrody pozwala się ciągle na nowo odkrywać, obserwować, zbierać, eksperymentować i badać. Optymalnym sposobem odkrywania tajemnic przyrody byłby osobisty kontakt z naturą. W przypadku uczniów edukacji wczesnoszkolnej preferowaną formą takiego kontaktu są klasowe wycieczki lub zajęcia dydaktyczne w terenie. Często spotykamy się z opiniami nauczycieli, którzy twierdzą, że z uwagi na wiek dzieci zorganizowanie lekcji przyrodniczej poza szkołą jest znacznie utrudnione. Wymaga obecności rodziców, pełniących funkcję dodatkowej opieki, lub przełamania ich niechęci do udzielenia zgody na wyjście ze szkoły ze względu na zmiany pogodowe lub stan zdrowotny ich pociech. Niestety, w tej sytuacji nauczycielowi pozostaje do dyspozycji materiał edukacyjny zawarty w podręcznikach, w tym głównie ilustracje odzwierciedlające rzeczywistość spoza sali lekcyjnej lub bazowanie na doświadczeniach uczniów i ich pozaszkolnych obserwacjach natury.

Jak wykazały badania naukowe realizowane przez Uniwersytet Gdański, uczniowie klas trzecich szkoły podstawowej dysponują całkiem sporym zasobem wiedzy przyrodniczej. Badania te zostały przeprowadzone w zakresie przyrodniczych działań nieintencjonalnych dziewięciolatków, celem porównania ich z rówieśnikami z lat 60., a w przypadku niektórych obszarów badawczych nawet z wynikami badań sprzed ponad 100 lat, bo z 1893 roku. Badania te dostarczyły wiele ciekawych spostrzeżeń. Liczba dzieci, które deklarowały doświadczenie pobytu na wsi, na łące, nad rzeką lub strumieniem, nieznacznie spadła w 2004 roku (można zauważyć ów spadek, porównując wynik z 2004 roku z wynikami badań z lat 60.)¹. Znacznie większą część badanej w 2004 roku populacji doświadczyła pobytu nad morzem i w ogrodzie botanicznym niż dzieci objęte analogicznym badaniem w latach 1962–1963. Dzieci współczesne spośród najczę-

ściej obserwowanych zwierząt wymieniali: żaby, ryby, motyle, pszczoły i bociany², a do najbardziej znanych uczniom zjawisk atmosferycznych i procesów fizycznych należą: mgła, tęcza, księżyc w pełni, pioruny i burze. Znacznie mniej dzieci obserwowało deszcz „spadających gwiazd” (tylko 41,9%), a zupełnie obce było takie spostrzeżenie uczniom w latach 1962–1963 i w roku 1893³.

Optymalnym sposobem odkrywania tajemnic przyrody jest osobisty kontakt z naturą

Wnioski z tych badań stanowią pewnego rodzaju diagnozę pozaszkolnych doświadczeń przyrodniczych uczniów klas trzecich szkoły podstawowej. Niewątpliwie, dużą rolę w gromadzeniu wiedzy przez dzieci odgrywają ich rodzice, którzy potrafią zwrócić uwagę dziecka na ciekawe zjawiska fizyczne i przyrodnicze, szukając ich wyjaśnienia w publikacjach popularnonaukowych adresowanych do młodszego odbiorcy.

W jaki sposób wyjaśnić dziecku, że owoce i warzywa są zdrowe? Najlepiej przez zabawę i kolorowe ilustracje. W książce *Przekroje: owoce i warzywa* A. Sowińskiej dzieci mogą odszukać na kolejnych stronach zabawne postaci „zamieszkujące” w owocach i warzywach i odgadnąć ich nazwę oraz działanie. Pracowita pektyna i relaksujący się magnez w śliwce to przyjaciele człowieka, pomagający usunąć toksyny z organizmu i cieszyć się spokojem ducha. Równie interesujący jest świat zwierząt, w którym relacje między zwierzętami opierają się na wzajemnej lojalności. Wróble zamieszkujące bocianie gniazda czyszczą je z owadów w zamian za bezpieczeństwo, które gwarantuje przyjaciel o długich nogach, odganiający drapieżników. Dlaczego ryba podnawka



Dziewczynka z lupą, fot. A. Shkraba, www.pexels.com

zaprzyjaźniła się z rekinem i co łączy kacykowca z osami? Na te pytania młodzi czytelnicy znajdą odpowiedzi w publikacji E. Dziubak *Niezwykłe przyjaźnie w świecie roślin i zwierząt*.

Książka popularnonaukowa, w odróżnieniu od podręcznika, który przekazuje wiadomości objęte programem nauczania, ma za zadanie poszerzyć horyzonty myślowe i rozbudzić zainteresowania. Bynajmniej nie jest ona gatunkiem powstałym dopiero w naszych czasach. Już w drugiej połowie wieku XVII tworzone dzieła adresowane do młodszego odbiorcy, których treści musiały spełniać kryterium użyteczności. Celem tych publikacji było kształtowanie umysłu i postaw moralnych. Jeszcze w XIX wieku książki dla dzieci przypominały raczej encyklopedyczne przewodniki na wzór rodzimego dzieła *Encyklopedii doręcznej* Klementyny z Tańskich-Hoffmanowej. Zmiany ustrojowe w Polsce po II wojnie światowej nie wpłynęły korzystnie na rozwój dziecięcej i młodzieżowej literatury popularnonaukowej, której problematyka oscylowała wokół dydaktyzmu i socjalistycznej propagandy, choć należy docenić serie wydawnictwa „Nasza Księgarnia”: „Biblioteka Młodego

Kosmonauty”, „Technika wokół Nas”. Ówczesna książka edukacyjna promowała głównie technikę, chemię, matematykę, fizykę i przemysł, ukazując w ten sposób wielkość osiągnięć socjalistycznej nauki.

Obecnie wydawnictwa przyciągają uwagę czytelnika bogactwem barw, estetyką opracowania graficznego, tematyką połączoną z ciekawymi pomysłami jej prezentacji w formie gry lub innej atrakcyjnej konwencji zabawowej. Jednak znawcy tematu często widzą w tym przerost formy w połączeniu z brakiem dbałości o zawartość merytoryczną i poprawność językową. W trosce o jakość publikacji popularnonaukowych Uniwersytet Jagielloński patronuje portalowi *Mądre Książki*, na którym pasjonaci nauki i „mądrej książki” oraz specjaliści różnych dziedzin promują literaturę popularnonaukową wartą czytania. Zamieszczane tam recenzje, oceny lub tytuły publikacji nominowanych w konkursie do „Książki Roku” mogą być bardzo pomocne w dokonywaniu zakupów do bibliotek szkolnych lub przez rodziców dbających o rozwój edukacyjny swoich dzieci.

Słowa kluczowe: edukacja przyrodnicza, literatura popularnonaukowa dla dzieci.

Przypisy:

- ¹ *Twórcze działania przyrodnicze i matematyczne w edukacji wczesnoszkolnej*. Red. A. Komorowska-Zielony. Gdańsk, 2008, s. 43.
- ² Tamże, s. 47.
- ³ Tamże, s. 43.

Bibliografia:

- Dziubak E.: *Niezwykłe przyjaźnie w świecie roślin i zwierząt*. Warszawa: Wydawnictwo Nasza Księgarnia, 2018.
- Sowińska A.: *Przekroje: owoce i warzywa*. Warszawa: Wydawnictwo Nasza Księgarnia, 2020.
- *Twórcze działania przyrodnicze i matematyczne w edukacji wczesnoszkolnej*. Red. A. Komorowska-Zielony. Gdańsk: Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, 2008.

* * *



Marzena Sula-Matuszkiewicz – członek Zespołu Redakcyjnego „Hejnału Oświatowego”, nauczyciel bibliotekarz filii PBW w Nowej Hucie.

Gry w edukacji matematycznej

Anna Kos

Gry w edukacji matematycznej to źródło, z którego możemy czerpać liczne korzyści dla rozwoju naszych uczniów.

„Gra może tak wciągać, tak angażować uwagę, jak żadna inna metoda nauczania”¹ (G. Petty). Myśląc o grach w kontekście szkoły, kojarzymy tę aktywność przede wszystkim z zajęciami świetlicowymi i zabawą dzieci w czasie wolnym oraz z czynnościami podejmowanymi przez uczniów na zajęciach wychowania fizycznego. Tymczasem gry są jedną z metod aktywizujących, którą warto wykorzystywać w różnych sytuacjach edukacyjnych, w tym w edukacji matematycznej – na zajęciach lekcyjnych, dydaktyczno-wyrównawczych, terapeutycznych, na lekcjach odbywających się w klasie szkolnej, jak i w ramach edukacji zdalnej, na każdym etapie edukacyjnym.

Pisząc o edukacji matematycznej, mam na myśli proces „(...) konstruowania (przez uczniów) matematycznych pojęć wyrastający z indywidualnego badania problemów”². Jakże ważne jest, aby

podczas aranżowania przez nauczyciela sytuacji problemowych i formułowania zadań o charakterze otwartym kierować się dziecięcym potencjałem – wielością i różnorodnością dziecięcych pytań, potrzebą odkrywania, dociekania, świeżością perspektywy. Najkorzystniejsze dla dziecka i procesu zdobywania przez nie wiedzy jest stwarzanie okazji, by było krytyczne, twórcze, by mogło poszukiwać i praktycznie działać. Stąd „zadaniem nauczyciela jest (...) rozpoznanie tego, co zaciękawia dzieci, zaburza ich równowagę poznawczą i wykorzystywanie tego w procesie uczenia się”³. W tym kontekście istotny jest właściwy dobór metod i form pracy, pomocy i środków dydaktycznych, które wyzwolą aktywność ucznia w kierunku konstruowania wiedzy matematycznej na coraz wyższych poziomach. Wśród metod, które zasługują na uwagę, znajdują się gry.



Gry w edukacji, od lewej: Asia (zerówka), Ada (kl. 3) i Mateusz (kl. 4), fot. A. Kos.

Z jednej strony „matematykę uznaje się za naukę ścisłą i rygorystyczną”⁴. Wydawać by się mogło, że w związku z powyższym nie znajdziemy tutaj miejsca na grę, definiowaną przez Johana Huizingę jako aktywność mniej poważną od zwyczajnego świata. Jednakże w wielu źródłach, np. w Europejskich Ramach Odniesienia⁵ zostały sformułowane wytyczne, które wskazują na wspieranie rozwoju kompetencji kluczowych, w tym kompetencji matematycznych, oparte m.in. na grach wzmacniających motywację i zaangażowanie w uczenie się.

Pod pojęciem gry rozumiemy czynność, która ma charakter zabawowy. Jednak aby zabawa była grą, powinna spełniać następujące warunki: 1) sprawiać graczom zadowolenie i przyjemność (dzięki temu gra jest metodą o dużej skuteczności), 2) mieć określone reguły, 3) przewidywać obowiązek świadczeń na rzecz zwycięzcy⁶. Według S. Turneau i H. Pieprzyk gra to czynności (posunięcia) wykonywane przez co najmniej dwie grające osoby (lub zespoły), zgodnie z ustalonymi wcześniej regułami, których celem jest wygrana. Posunięcia gracza są na ogół kierowane albo przypadkiem (np. w rzucie kostką), albo świadomym wyborem gracza. W drugim przypadku o wygranej decyduje w głównej mierze wysiłek intelektualny oraz pomysłowość osoby grającej, która dokonuje wyboru właściwej strategii. Chęć wygranej często przybiera na sile w trakcie gry i stanowi silny czynnik motywujący do maksymalnego wysiłku intelektualnego⁷.

Nieprzecenionym walorem gier jest ich społeczny charakter. Gry wzbudzają i zaspokajają takie potrzeby społeczne, jak przynależność do grupy, współdziałanie z innymi uczniami, otrzymywanie pozytywnych wzmocnień w formie aprobaty, uznania czy nagrody⁸. Przestrzeganie reguł gry, zasad odnoszących się do sprawiedliwości i równości to również ważny aspekt kształtowania postaw społecznych. Niemniej ważną zaletą gier jest ćwiczenie panowania nad emocjami – zarówno tymi, które towarzyszą grze jako takiej, ale również często nad negatywnymi emocjami towarzyszącymi uczeniu się matematyki. Podczas gry uczeń nabywa umiejętności radzenia sobie w sytuacjach trudnych. Stawienie czoła trudnościom, jakie niesie ze sobą gra, sprawi, że uczniowi łatwiej będzie sprostać trudnościom wynikającym z codziennych zadań matematycz-

nych, w rozwiązywaniu ich na forum klasy, pod presją czasu i w innych trudnych okolicznościach.

Stosując gry w edukacji matematycznej, dajemy uczniom szanse na pokonywanie trudności merytorycznych (rozwiązywanie zadań, stosowanie reguł) oraz społecznych (komunikacja, podejmowanie współpracy, negocjacji, samokontrola). Podczas gry dziecko uczy się właściwych sposobów zachowania w sytuacji podejmowania ryzyka, rywalizacji czy radzenia sobie z wygraną albo przegraną⁹.

Zaleca się, aby szkolną przygodę z grami rozpocząć od konstruowania gier przez samych uczniów – tak, aby mogli tworzyć i negocjować reguły, testować pomysły. „Konstruowanie gier przez dzieci hartuje odporność emocjonalną i rozwija zdolności do wysiłku umysłowego”¹⁰. Gry skonstruowane przez dzieci są dopasowane do wiedzy i umiejętności graczy – uczniowie nie ułożą bowiem gry, która będzie ponad ich możliwości. Edyta Gruszczyk-Kolczyńska proponuje stopniowe przechodzenie od konstruowania prostych gier – opowiadań (np. „Dwa wesołe zajączki ścigają się do pola z kapustą”¹¹) do gier o rozbudowanym wątku matematycznym (np. „Rozdajemy prezenty dzieciom”¹²) – na przemian przez dorosłego i dzieci¹³.

W doskonaleniu kompetencji matematycznych szczególne znaczenie mają gry planszowe i cyfrowe oraz gry numeryczne, strategiczne, wyścigi i gry karciane¹⁴. Inspiracją do pracy w oparciu o metodę gier mogą być takie znane gry, jak „Memory”, „Piotruś”, „Pentomina”, „Mosty”, „Digit”, „Bierki”, „Superfarmer” i wiele innych¹⁵. Ich wybór nie może być przypadkowy – proponując uczniom tę formę aktywności, należy mieć na uwadze wiele czynników, tj. możliwości i potrzeby uczniów, cele kształcenia, preferowane formy pracy (indywidualna, praca w parach, praca w grupach). Wskazuje się ponadto na istotne znaczenie gier cyfrowych w rozwijaniu kompetencji z zakresu matematyki¹⁶, a wykorzystanie tej metody nabiera szczególnego znaczenia w warunkach edukacji zdalnej¹⁷.

Gry w edukacji matematycznej dają niezliczone możliwości konstruowania wiedzy matematycznej przez uczniów. Warto mieć świadomość korzyści wynikających ze stosowania gier i sięgać po nie, by dać dzieciom możliwość oswojenia tej poważnej i rygorystycznej królowej nauk.

Słowa kluczowe: gry, edukacja matematyczna.

Przypisy:

- ¹ G. Petty, *Nowoczesne nauczanie. Praktyczne wskazówki i techniki dla nauczycieli, wykładowców i szkoleniowców*, Gdańsk 2010, cyt. za: R. Korolczuk, M. Zambrowska, *Pozwólmy dzieciom grać. O wykorzystaniu gier planszowych w edukacji matematycznej*, Warszawa 2014, s. 5.
- ² A. Nowak-Łojewska, *Wybrane obszary edukacji matematycznej dzieci. Poradnik dla nauczycieli klas I–III*, Warszawa, s. 7.
- ³ Tamże, s. 10.
- ⁴ B. Bilewicz-Kuźnia, *Wczesna edukacja matematyczna w kontekstach narracyjnych i środowisku lokalnym*, „Problemy Opiekuńczo-Wychowawcze” nr 2/2020, s. 54.
- ⁵ Por. Zalecenia Rady z dnia 22 maja 2018 roku w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie. Dziennik Urzędowy Unii Europejskiej C189/1 z dnia 4 czerwca 2018 roku: [https://eur-lex.europa.eu/legal-content/PL/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604\(01\)&from=EN](https://eur-lex.europa.eu/legal-content/PL/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604(01)&from=EN) (dostęp: 14.01.2021).
- ⁶ Por. W. Okoń, *Zabawa a rzeczywistość*, Warszawa 1987, s. 160–161, za: J. Żądło, *Gry i zabawy w edukacji matematycznej dzieci*: <http://rep.up.krakow.pl/xmlui/bitstream/handle/11716/2390/PM585--13--Gry-i-zabawy-w-edukacji-matematycznej-dzieci--Zadlo.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (dostęp: 13.01.2021).
- ⁷ Por. H. Siwek, *Dydaktyka matematyki. Teoria i zastosowanie w matematyce szkolnej*, Warszawa 2005, s. 240.
- ⁸ Por. D. Kwiecień, *Efektywne metody nauczania matematyki dla uczniów gimnazjów i szkół ponadgimnazjalnych z wykorzystaniem TIK*, Warszawa 2018, s. 24.
- ⁹ Por. M. Pisarski, *Jak wykorzystać gry dydaktyczne w edukacji matematycznej dzieci?*, Warszawa 2017, s. 5.
- ¹⁰ E. Gruszczyk-Kolczyńska, E. Zielińska, *Dziecięca matematyka. Program dla przedszkoli, klas zerowych i placówek integracyjnych*, Warszawa 1999, s. 10.
- ¹¹ Por. E. Gruszczyk-Kolczyńska, E. Zielińska, *Dziecięca...*, dz. cyt., s. 144–146.
- ¹² Tamże, s. 156–157.
- ¹³ Por. K. Dobosz, E. Gruszczyk-Kolczyńska, E. Zielińska, *Jak nauczyć dzieci sztuki konstruowania gier*, Warszawa 1996.
- ¹⁴ Por. J. Way, *Learning Mathematics Through Games Series*, <http://nrich.maths.org/2491> (dostęp: 25.06.2016), za: M. Kondracka-Szala, *Gry w rozwijaniu wybranych kompetencji kluczowych dzieci – przegląd literatury przedmiotu*, Wrocław 2017, s. 259–261.
- ¹⁵ Opis i sposoby wykorzystania poszczególnych gier znajdziemy w: M. Pisarski, *Jak...*, dz. cyt., s. 12–35, R. Korolczuk, M. Zambrowska, *Pozwólmy...*, dz. cyt. i in.

¹⁶ Por. M. Kondracka-Szala, *Gry...*, dz. cyt., s. 259–261.

¹⁷ Przykład strony z propozycjami gier matematycznych: <https://www.gry.pl/gry/matematyka>.

Bibliografia:

- Bilewicz-Kuźnia B.: *Wczesna edukacja matematyczna w kontekstach narracyjnych i środowisku lokalnym*. „Problemy Opiekuńczo-Wychowawcze” nr 2/2020.
- Dobosz K., Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E.: *Jak nauczyć dzieci sztuki konstruowania gier*. Warszawa: WSiP, 1996.
- Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E.: *Dziecięca matematyka. Program dla przedszkoli, klas zerowych i placówek integracyjnych*. Warszawa: WSiP, 1999.
- Kondracka-Szala M.: *Gry w rozwijaniu wybranych kompetencji kluczowych dzieci – przegląd literatury przedmiotu*. Wrocław: Wyd. Instytut Pedagogiki Uniwersytetu Wrocławskiego, 2017.
- Korolczuk R., Zambrowska M.: *Pozwólmy dzieciom grać. O wykorzystaniu gier planszowych w edukacji matematycznej*. Warszawa: Wyd. Instytut Badań Edukacyjnych, 2014.
- Kwiecień D.: *Efektywne metody nauczania matematyki dla uczniów gimnazjów i szkół ponadgimnazjalnych z wykorzystaniem TIK*. Warszawa: ORE, 2018.
- Nowak-Łojewska A.: *Wybrane obszary edukacji matematycznej dzieci. Poradnik dla nauczycieli klas I–III*. Warszawa: ORE, 2015.
- Pisarski M.: *Jak wykorzystać gry dydaktyczne w edukacji matematycznej dzieci?* Warszawa: ORE, 2017.
- Siwek H.: *Dydaktyka matematyki. Teoria i zastosowanie w matematyce szkolnej*. Warszawa: WSiP, 2005.
- Zalecenia Rady z dnia 22 maja 2018 roku w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie. Dziennik Urzędowy Unii Europejskiej C189/1 z dnia 4 czerwca 2018 roku: [https://eur-lex.europa.eu/legal-content/PL/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604\(01\)&from=EN](https://eur-lex.europa.eu/legal-content/PL/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604(01)&from=EN) (dostęp: 14.01.2021).
- Żądło J.: *Gry i zabawy w edukacji matematycznej dzieci*. <http://rep.up.krakow.pl/xmlui/bitstream/handle/11716/2390/PM585--13--Gry-i-zabawy-w-edukacji-matematycznej-dzieci--Zadlo.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (dostęp: 13.01.2021).

* * *



Anna Kos – pedagog szkolny i terapeuta w Szkole Podstawowej im. Królowej Jadwigi w Rybnej. Ma uprawnienia do nauczania matematyki oraz pracy z uczniami z niepełnosprawnością intelektualną. Przez kilka lat prowadziła zajęcia ze studentami Instytutu Pedagogiki Uniwersytetu Jagiellońskiego.

Tangram jako narzędzie do kształtowania pojęć geometrycznych na różnych poziomach edukacji

dr Joanna Major
dr Maciej Major

Pojęcia geometryczne kształtowane są w umysłach dzieci od wczesnego dzieciństwa na drodze prematematycznej dzięki różnorodnym doświadczeniom wyniesionym z otaczającej nas rzeczywistości.

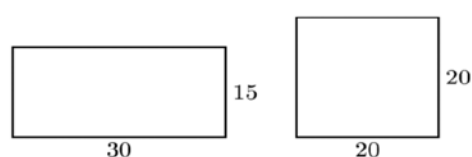
W toku nauki szkolnej wiadomości są porządkowane i uzupełniane o nowe fakty. Jednym z ważnych pojęć geometrycznych jest pole powierzchni figury. Uczniowie poznają je na etapie przeddefinicyjnym w szkole podstawowej. Proces kształtowania i pogłębiania rozumienia tego pojęcia obejmuje cały okres dalszej edukacji matematycznej. Jednym z narzędzi służących do kształtowania rozumienia pojęć geometrycznych, ze szczególnym uwzględnieniem pojęcia pola figury, jest tangram. Ta starochińska układanka składająca się z siedmiu elementów w postaci figur geometrycznych (tanów), powstałych przez rozcięcie kwadratu, jest wartościową pomocą dydaktyczną.

Cykl zadań-zagadnień, o których mowa dalej, w których motywem przewodnim jest tangram, może służyć wielu różnorodnym odkryciom uczących się na różnych poziomach edukacji matematycznej. Proponowane dalej zadania prowadzą od czynności konkretnych przez wyobrażeniowe do abstrakcyjnych. Serię zadań może rozpocząć tworzenie przez uczących się tangramów (rysowanie na kwadratowej kartce poszczególnych linii podziału według instrukcji, a następnie rozcinanie kwadratu), układanie figur z tanów według instrukcji rysunkowej (w sytuacji gdy określony jest tylko cień figury bądź dany jest kształt z zaznaczonymi tanami), budowanie z wybranych (bądź wszystkich) tanów wielokątów wypukłych (lub innych figur o podanych własnościach), układanie z kilku tanów figur przystających do innego tanu. W kolejnym etapie wartościowe jest rozwią-

zywanie zadań, w których wyznacza się pola poszczególnych figur tangramowych, oraz zadania, w których określa się, jaką część wyjściowego kwadratu są poszczególne jego tany. Tangram można również wykorzystać w rachunku prawdopodobieństwa jako narzędzie do konstrukcji przestrzeni probabilistycznej (Płocki, 2008).

Zabawa polegająca na układaniu figur z tanów umożliwia odkrycie przez uczniów niezmienności pola figury względem przekształceń geometrycznych, takich jak przesunięcie czy obrót. Jednocześnie w praktyce szkolnej wzory na pola figur geometrycznych uzasadnia się, wykorzystując intuicyjnie oczywistą tak zwaną równoważność przez pocięcie (Kordos, 2006).

Przypomnijmy, że dwa wielokąty są równoważne przez pocięcie (na wielokąty), jeżeli jeden z nich możemy pociąć na skończoną liczbę wielokątów, z których można złożyć drugi wielokąt. Naturalne jest założenie, że przy układaniu wielokątów poszczególne figury nie mogą na siebie zachodzić, co najwyżej mogą jedynie mieć wspólny brzeg lub jego część. Pojawia się tu pytanie, czy figury geometryczne zaprezentowane na rysunku 1. są równoważne przez pocięcie.

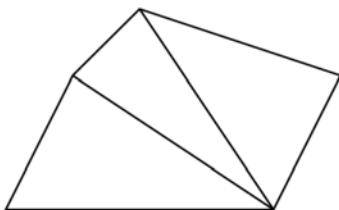


Rys. 1.

Odpowiedź na powyższe pytanie jest oczywiście negatywna, gdyż figury te mają różne pola. Można zadać tu kolejne pytanie: Kiedy dwa wielokąty są równoważne przez pocięcie? Oczywiście jest to, że figury muszą mieć takie samo pole. Okazuje się, że sformułowany warunek konieczny jest też warunkiem wystarczającym. Fakt ten można sformułować następująco: Dwa wielokąty są równoważne przez pocięcie wtedy i tylko wtedy, gdy mają takie samo pole. Twierdzenie, o którym tu mowa, wykazali niezależnie od siebie w 1832 roku Farkas Bolyai oraz Paul Gerwien w 1833 roku.

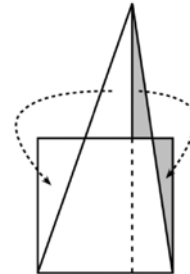
Z obserwacji poczynionych podczas zabaw tangramowych można wysnuć wniosek, że z faktu, iż wielokąty są równoważne przez pocięcie, wynika w sposób oczywisty, że figury mają to samo pole. W celu uzasadnienia, że dwa wielokąty o takim samym polu są równoważne przez pocięcie, można rozwiązać poniższy cykl zadań. Zauważmy na wstępie, że: jeżeli wielokąt W_1 jest równoważny przez pocięcie z wielokątem W_2 , to wielokąt W_2 jest równoważny przez pocięcie z wielokątem W_1 oraz jeżeli wielokąt W_1 jest równoważny przez pocięcie z wielokątem W_2 oraz wielokąt W_2 jest równoważny przez pocięcie z wielokątem W_3 , to wielokąt W_1 jest równoważny przez pocięcie z wielokątem W_3 . Z uwagi na powyższe obserwacje, aby uzasadnić twierdzenie, wystarczy rozwiązać przedstawione dalej zadania wskazujące, że dowolny wielokąt jest równoważny przez pocięcie z kwadratem.

Zadanie. Zaplanuj pocięcie wielokąta na trójkąty. W przypadku wielokąta wklęsłego należy podzielić go przekątnymi na wielokąty wypukłe, zaś każdy z wielokątów wypukłych podzielić na trójkąty, np. prowadząc przekątne z jednego dowolnie wybranego wierzchołka (zob. rys. 2.).



Rys. 2.

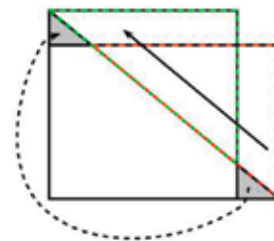
Zadanie. Zaplanuj pocięcie trójkąta na części, z których można złożyć prostokąt. Sposób pocięcia trójkąta został zaprezentowany na rysunku 3. Długości boków prostokąta są odpowiednio równe długości jednego z boków trójkąta i połowie wysokości trójkąta.



Rys. 3.

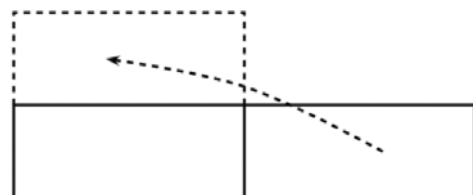
Zadanie. Zaplanuj pocięcie prostokąta tak, aby z części, na jakie zostanie on podzielony, dało się złożyć kwadrat.

Sposób pocięcia prostokąta, w którym stosunek długości dłuższego boku prostokąta do długości boku krótszego jest nie większy niż 4, zaprezentowano na rysunku 4.



Rys. 4.

W sytuacji gdy wspomniany iloraz jest większy niż 4, prostokąt dzielimy na dwie części, z których składamy nowy prostokąt (zob. rys. 5).

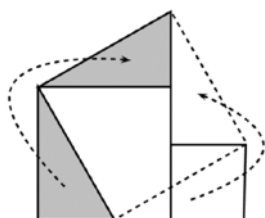


Rys. 5.



Praca przy tablicy, fot. ThisIsEngineering, www.pexels.com

Zadanie. Zaplanuj pocięcie dwóch kwadratów tak, aby z otrzymanych części można było ułożyć jeden kwadrat.



Rys. 6.

Rozwiązanie zadania (zaprezentowane na rys. 6.) stanowi kluczowy element w dowodzie twierdzenia Bolyaia-Gerwiena. Dodatkowo może nas zainteresować fakt, że jeżeli spojrzymy na nie w innym kontekście, to okaże się, że może być ono geometrycznym dowodem twierdzenia Pitagorasa. Jest to przykład naturalnego przenikania się różnych zagadnień matematycznych.

Zaprezentowane zagadnienia i ich szkicowe rozwiązania mogą stanowić materiał dydaktyczny na różnych poziomach edukacji. Rozwiązywanie zadań tangramowych (o których mowa na początku) pozwala na przekazywanie i zdobywanie wiedzy poprzez zabawę. Aktywność uczniów prowadzi do samodzielnego odkrywania przez nich idei matematycznych m.in. dzięki wykonywaniu

różnych czynności manualnych – rysowaniu, wycinaniu, konstruowaniu. Ćwiczenia te kształtują wyobraźnię, logiczne myślenie, przewidywanie skutków czynności manipulacyjnych. Mogą też rozbudzić w uczniu kreatywność i zachęcić go do tworzenia własnych zadań tangramowych.

Proponowane tu zadania tworzą okazję do podejmowania aktywności matematycznej zmierzającej do konstruowania dowodów, prowadzenia logicznych, formalnych wieloetapowych rozumowań. Oczywiście uczeń może nie być w stanie rozwiązać wszystkie zadania samodzielnie, jednak przy stosownie dozowanych wskazówkach, choćby w postaci rysunków, uczeń dostrzeże i uzasadni obserwowane fakty, a tym samym podniesie swoje kompetencje matematyczne.

Słowa kluczowe: tangram, kształtowanie pojęć geometrycznych.

Bibliografia:

- Czaplńska J.: *Od tangramu do twierdzenia Bolyaia-Gerwiena*, „Nauczyciele i Matematyka” nr 49/2004.
- Kordos M.: *Wykłady z historii matematyki*. Warszawa: Script, 2006.
- Major J., Olik-Pawlik B., Ratusiński T., Zaręba L.: *Wybrane uwagi na temat roli zadań matematycznych w procesie nauczania-uczenia się matematyki*. „Annales Universitatis Paedagogicae Cracoviensis Studia ad Didacticam Mathematicae Pertinentia” vol. 8/2016.
- Major J., Powązka Z.: *Utvaranije pojmu obsah rovinneho utvaru na roznych stupnoch vzdelavania*. „Acta Mathematica Nitra” nr 11/2008.
- Płocki A.: *Ziarnista przestrzeń probabilistyczna i jej tangram – geometryczne argumentacje w stochastyce* „Annales Academiae Paedagogicae Cracoviensis” nr 59, „Studia Ad Calculum Probabilitatis Eiusque Didacticam Pertinentia” nr 2/2008.

* * *



Joanna Major jest doktorem nauk matematycznych, nauczycielem matematyki w Szkole Podstawowej im. Królowej Jadwigi w Sierczy.



Maciej Major jest doktorem nauk matematycznych, nauczycielem matematyki w Szkole Podstawowej im. S. E. Podolskiej w Grajowie.

Alternatywa dla równań. Przed egzaminem ósmoklasisty z matematyki w 2021 roku

Karolina Kołodziej

Rozwiązywanie zadań tekstowych jest ważną umiejętnością kształconą na lekcjach matematyki podczas kolejnych etapów edukacyjnych.

Zdolność uczniów do zastosowania posiadanej wiedzy i umiejętności w różnych sytuacjach, w szczególności życiowych, świadczy o zaradności matematycznej. Marzeniem każdego nauczyciela matematyki jest pełne zaangażowanie uczniów w rozwiązywanie problemów zarówno podczas lekcji, jak i w sytuacjach pozaszkolnych z wykorzystaniem posiadanych przez nich umiejętności.

Kompetencje, jakie uczniowie zdobywają na lekcjach matematyki, to posługiwanie się pojęciami matematycznymi, tworzenie modeli matematycznych sytuacji opisanej w zadaniu, posługiwanie się odpowiednio dobranymi reprezentacjami obiektów matematycznych, umiejętność wnioskowania, formułowania uzasadnień, jak również sprawność rachunkowa. Wyżej wymienione umiejętności są również sprawdzane podczas egzaminów zewnętrznych, w tym egzaminów ósmoklasisty i maturalnego. Zadania egzaminacyjne zazwyczaj nie polegają na wykonaniu prostych, pojedynczych operacji matematycznych, ale wymagają skojarzenia kilku elementów wie-

dzy, niezbędnych do ich rozwiązania, a następnie przedstawienia toku rozumowania.

Wyposażenie uczniów w różne sposoby podejścia do problemu daje nadzieję na to, że większość z nich znajdzie dla siebie odpowiedni i będzie umiała zastosować go podczas rozwiązywania zadania. W przypadku niepowodzenia przy zastosowaniu jednego z nich rozwiązujący zadanie wypróbuje inną metodę. Bezradność objawiająca się niepodejmowaniem rozwiązania zadania, obserwowana często zarówno w sytuacji na lekcji, jak i sprawdzianu czy egzaminu, jest związana z niską motywacją lub brakiem odpowiednich narzędzi. Uczniowie używają sformułowań „nie rozumiem treści”, „nie wiem, o co chodzi”, „nie potrafię” nawet wtedy, gdy treść dotyczy sytuacji praktycznej, bliskiej ich doświadczeniu. Przełamanie bariery braku motywacji uczniów i usprawnienie ich myślenia matematycznego, które pomaga w zrozumieniu wielu aspektów życia było i jest dużym wyzwaniem naszej edukacji.

Zespół autorów *Myślenia matematycznego* pod kierunkiem Johna Masona podaje warunki sprzyjające rozwijaniu i pogłębianiu myślenia. Wśród nich atmosferę swobodnego zadawania pytań (również kierowanych do siebie), prowokowanie sprzeczności, napięć i niespodzianek, systematyczność oraz praktykę połączoną z refleksją. Dużą wagę przypisuje notatkom wykonywanym podczas rozwiązywania problemów, poświęconym zarówno przyczynie utknięcia w zadaniu, jak i pomysłom na wyjście z tego stanu. Pracę nad problemem dzieli na trzy fazy: rozpoznanie, atak i przegląd. Rozwiązywanie każdego zadania wyma-



Lekcja, fot. K. Gabby, www.pexels.com

ga uważnego przeczytania jego treści i zrozumienia polecenia.

Mam wrażenie, że niepowodzenie w rozwiązywaniu problemów dla części uczniów wynika z faktu, że nie potrafią przeprowadzić odpowiedniego rozpoznania, w wyniku czego dochodzi do zaniechania dalszej pracy. Sytuację tę potwierdzają wyniki uzyskane na egzaminie ósmoklasisty w latach 2019 i 2020. Poziom wykonania zadań otwartych jest niższy niż zadań zamkniętych. W przypadku tych zadań obserwuje się również więcej opuszczeń oraz duży odsetek zadań ocenionych na 0 p., co świadczy o tym, że problem nie został należycie rozpoznany, zatem zastosowano błędną metodę rozwiązania.

Zasady oceniania prac egzaminacyjnych są dostępne i każdy zainteresowany może przekonać się, że w przykładowych rozwiązaniach zadań z matematyki pojawiają się również nietypowe. W przypadku gdy sposób rozwiązania nie został przewidziany w materiałach, egzaminatorów ocenających prace obowiązuje uwaga: *Akceptuje się wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania*. Zatem uczeń przygotowujący się do kolejnego egzaminu z matematyki nie powinien mieć obaw, że rozwiązanie nieszablonowe, zapisane językiem mniej formalnym, zostanie ocenione jako to, które „nie wstrzeliło się w klucz”. To pojęcie w przypadku oceniania egzaminu ósmoklasisty z matematyki nie ma miejsca. Dlatego zachęcam nauczycieli do podobnego traktowania nietypowych rozwiązań uczniowskich podczas odpowiedzi lub sprawdzianów klasowych. Istnieje duża szansa, że pomysł ucznia uznany za poprawny pobudzi go do aktywności, zachęci do podjęcia próby rozwiązania innych zadań i będzie lepiej przemawiał do kolegów niż rozwiązanie zaproponowane w klasie. Należy tylko zadbać o to, by były sprawdzone wszystkie warunki zadania i zachowana sprawność rachunkowa.

Wśród zadań tekstowych nietrudno wskazać te, których rozwiązanie sugeruje zastosowanie równań lub wzorów. Okazuje się, że część uczniów ma problem z ułożeniem równania, które spełnia wszystkie warunki zadania, albo odpowiednim przekształceniem wzoru. Błędne równanie powoduje, że rozwiązanie kwalifikuje się jako to, w którym nie dokonano istotnego postępu, zatem jest ocenione na 0 punktów. Poniżej przykłady dwóch

zadań egzaminacyjnych obrazujących nieschematyczne podejścia uczniów. Pierwsze z nich zostało zastosowane podczas egzaminu w 2019 roku, a drugie w 2020 roku.

Zadanie 17. (0-2)

Samochód osobowy przebył drogę 120 km w czasie 75 minut. Prędkość średnia busa na tej samej trasie wyniosła 80 km/h. O ile krótszy był czas przejazdu tej drogi samochodem osobowym od czasu przejazdu busem? Zapisz obliczenia.

Wśród zaobserwowanych rozwiązań było wiele takich, w których uczeń zapisał wzór na prędkość i próbował go przekształcić w celu uzyskania wzoru na czas. Wśród rozwiązań były takie, w których zapisany wzór wyjściowy był niepoprawny, ale częściej zaobserwowanym błędem było niepoprawne przekształcenie, w związku z czym rozwiązanie było ocenione na 0 p. Uczniowie, którzy dostrzegli zależności między danymi i świadomie manipulowali nimi, aby uzyskać czas przejazdu samochodem, zazwyczaj z sukcesem kończyli rozwiązanie zadania. Właściwe ocenienie takich zapisów wymaga wnikliwego prześledzenia całego toku rozumowania przeprowadzonego niewątpliwie ze świadomością celu, którym było ustalenie czasu przejazdu busa.

Poniżej dwa przykłady poprawnych rozwiązań bez użycia wzorów. W pierwszym z nich uczeń zauważył, że w ciągu każdego kwadransa bus przejeżdża 20 km, co pozwoliło na ustalenie czasu przejazdu drogi o długości 120 km. W drugim rozwiązaniu uczeń tak „manipuluje” podaną prędkością busa, aby otrzymać czas potrzebny do pokonania podanego odcinka trasy. W obu przypadkach został wykorzystany fakt, że w opisanej sytuacji droga i czas są wielkościami proporcjonalnymi.

Przykład 1.

$75 \text{ min} = 1.25 \text{ h}$
 $120 \text{ km} : 80 \text{ km/h} = 1.5 \text{ h}$
 $1.5 \text{ h} - 1.25 \text{ h} = 0.25 \text{ h}$
 $0.25 \text{ h} = 15 \text{ min}$
 O ile 15 min. krótszy był czas przejazdu samochodem osobowym od czasu przejazdu busem.

Przykład 2.

$80 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{80 \text{ km} \cdot 20}{60 \text{ min} \cdot 20} = \frac{4 \text{ km} \cdot 95}{30 \text{ min} \cdot 20} = \frac{4 \text{ km}}{30 \text{ min}}$
 $\frac{4 \text{ km}}{30 \text{ min}} = \frac{120 \text{ km}}{90 \text{ min}}$
 $90 - 75 = 15 \text{ min}$
 Odp: Czas przejazdu był o 15 minut krótszy samochodem osobowym.

Drugie zadanie pochodzi z arkusza zastosowanego w 2020 roku.

Zadanie 18. (0-2)

W domu kultury zorganizowano konkurs recytatorski. Dla uczestników kupiono nagrody: książki i e-booki. Książki stanowiły $\frac{2}{3}$ liczby kupionych nagród. E-booków było o 8 mniej niż książek. Ile kupiono książek? Zapisz obliczenia.

W zaobserwowanych rozwiązaniach przeważają takie, w których uczeń dochodzi do wyniku, odtwierzając krok po kroku przepis poznany i wyćwiczony na lekcjach, zatem z zastosowaniem równań. Dla części uczniów, którzy próbowali rozwiązać zadanie tym sposobem, barierą było poprawne ustalenie zależności między liczbą książek, e-booków i wszystkich nagród. Kolejna grupa zdających nie poradziła sobie z rozwiązaniem poprawnie ułożonego równania, co pokazuje przykład 3. Za takie rozwiązanie uczeń uzyskiwał 1 punkt, czyli połowę puli. Rozwiązania arytmetyczne były zazwyczaj doprowadzone do końca, zatem kończyły się sukcesem ucznia, co pokazuje w przykładzie 4.

Przykład 3.

Książki - $\frac{2}{3}$ wszystkich nagród
 e-booki - o 8 mniej niż książek
 x - liczba kupionych nagród

$$x = \frac{2}{3}x + (\frac{2}{3}x - 8)$$

$$\frac{2}{3}x + x + \frac{2}{3}x = 8$$

$$\frac{4}{3}x + x = 8$$

$$\frac{4}{3}x^2 = 8$$

Przykład 4.

$1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

 $2 \cdot 8 = 16$
 Odp: 16 książek

Zadania egzaminacyjne, szczególnie te z kontekstem praktycznym, dają uczniom możliwość zaprezentowania oryginalnych, nieschematycznych pomysłów na rozwiązanie i uporania się z problemem nawet w sytuacji, gdy nie pamiętają wzoru czy twierdzenia. Kluczem do ich rozwiązania jest poprawne rozpoznanie problemu i determinacja, aby go rozwiązać. Takie podejście, zorientowane na szukanie relacji między danymi, zauważanie zależności sprzyja samodzielności uczniów i wyzwala refleksję na temat sensowności otrzymanego wyniku. A praktyka połączona z refleksją prowadzi do usprawnienia matematycznego myślenia uczniów, o co wszyscy zabiegamy.

Słowa kluczowe: zadania tekstowe, myślenie matematyczne.

Bibliografia:

- Arkusze egzaminu ósmoklasisty z matematyki + zasady oceniania. <https://cke.gov.pl/egzamin-osmoklasisty/arkusze/> (dostęp 8.02.2020).
- Mason J., Burton L., Stacey K.: *Myślenie matematyczne*. Warszawa: WSiP, 2005.

* * *



Karolina Kołodziej – nauczycielka matematyki z bogatym doświadczeniem w różnych typach szkół (szkoła podstawowa, gimnazjum, liceum). Od 2005 roku współpracuje z OKE w Krakowie, jest egzaminatorem egzaminu ósmoklasisty i egzaminu maturalnego z matematyki. Uczestniczyła we wdrażaniu e-oceniania, pełniła funkcję koordynatora regionalnego i krajowego.

Przekraczając granice

Damian Cisowski

Pandemia koronawirusa powoduje, iż swobodne przekraczanie granic między państwami może w najbliższym czasie okazać się czynnością co najmniej problematyczną. Na szczęście w matematyce granice wyobraźni możemy (wraz z naszymi uczniami) przekraczać dowolnie i całkowicie legalnie. Jedyne paszport potrzebny do osiągnięcia tego celu to umysł otwarty na matematyczną abstrakcję.

Program nauczania w zreformowanej szkole ponadpodstawowej (a właściwie w nowej-starej szkole, gdyż powoli zastępuje ona odchodzącą do lamusa szkołę ponadgimnazjalną) daje nauczycielowi szerokie pole do popisu podczas procesu nauczania matematyki. Większa liczba godzin i rozbudowana (a zarazem logicznie uporządkowana) podstawa programowa sprzyjać lepszemu poznaniu teorii matematycznych przez uczniów. Mimo tych szeroko pojętych zmian warto wykorzystać niejedną okazję, aby wprowadzać uczniów (w szczególności profilów z rozszerzonym programem matematyki) w tajniki teorii matematycznych, wykraczających nieco poza ramy szkolnego nauczania.

Programy graficzne mogą stanowić doskonałe uzupełnienie lekcji matematyki

Z własnej praktyki wiem, że w pewnych momentach uczniowie sami czasami zadają pytania traktujące o rozszerzeniu lub uogólnieniu pojęcia omawianego podczas lekcji matematyki. Przekraczanie owych tytułowych granic winno odbywać się w sposób przystępny, a czasem nawet ze znamionami nieformalności (bez straty dla ogółu poprawności teoretycznej), aby zainteresować młodych słuchaczy poruszaną tematyką i rozbudzić ich ciekawość poznawczą.

Generalizacja w procesie poznawczym jest procesem niełatwym, lecz zarazem fundamentalnym dla ludzkiego umysłu. Przyjrzymy się poniżej kilku sytuacjom, w których uogólnienie pojęcia może być naturalnym krokiem podczas zajęć lek-

cyjnych. Omówimy również kilka narzędzi informatycznych, które mogą nam pomóc przeprowadzić uczniów przez ów proces.

Algebraiczne rozszerzenie ciała liczb rzeczywistych

Powyższe hasło byłoby, rzecz jasna, ciężkostrawne nawet dla zdolnego ucznia klasy matematycznej. Pytanie o algebraiczne rozszerzenie, choć zadane bez pełnej świadomości złożoności problemu, pojawia się w szczególności w co najmniej dwóch sytuacjach podczas lekcji (przy odpowiednim prowadzeniu zajęć przez nauczyciela).

Pierwszą z wymienionych sytuacji jest zdefiniowanie pierwiastka kwadratowego (lub ogólniej: parzystego stopnia) z liczby rzeczywistej. Drugą – sformułowanie twierdzenia o liczbie rozwiązań równania kwadratowego w zbiorze liczb rzeczywistych (w zależności od wartości wyróżnika trójmianu kwadratowego). Kilkakrotnie ze strony uczniów padły następujące pytania: „Czy pierwiastki kwadratowe z liczb ujemnych istnieją?”, „Czy w innym zbiorze równanie kwadratowe z ujemnym wyróżnikiem może mieć rozwiązanie?”.

W takim momencie pojawia się doskonała sposobność, aby powiedzieć uczniom o istnieniu zbioru liczb zespolonych. Naturalnie, aby z jednej strony uniknąć błędów merytorycznych, zaś z drugiej nie przytłoczyć uczniów nadmiarem teorii, należy zręcznie wybrnąć z owej sytuacji. Nadmienienie jedynie o istnieniu „większego zbioru”, w którym zawarty jest zbiór $\mathbb{R}$, jest wielkim uproszczeniem (na dodatek błędnym), zaś definiowanie ciała jako struktury algebraicznej wraz z wnikiem w szczegóły dotyczące mak-

symalności i jedyności rozszerzenia z dokładnością do izomorfizmu graniczyłoby z szaleństwem. Wspomnienie o samej strukturze zbioru liczb rzeczywistych, jak i o znanych doskonale uczniom praw działań w tym zbiorze oraz idei rozszerzenia zbioru wraz z działaniami jest dopuszczalnym uproszczeniem.

Interpretację geometryczną (przyjazną dla oka i ucha młodego słuchacza) warto powtórzyć za samym księciem matematyki – Carlem Gaussem. Uczniowie potrafią oznaczać punkty w układzie kartezjańskim od czasu edukacji matematycznej w szkole podstawowej. Interpretacja liczby zespolonej jako punktu (x,y) na osi rzędnych jako osi urojonej pozwala młodemu słuchaczowi w naturalny sposób przyjąć podawaną porcję wiedzy i zaakceptować istnienie liczb zespolonych, posługując się logiką i intuicją matematyczną. Anegdota historyczna o „urojonym” pierwiastku kwadratowym z liczby (-1) , nie tylko zacieka młodego słuchacza, lecz przyniesie odpowiedź na pytanie o pochodzenie nazwy zbioru liczb rzeczywistych. Wnikliwi uczniowie pojmą dość szybko, że w naturalny sposób to, co nie jest możliwe na prostej, może być możliwe na „płaszczyźnie”.

Funkcje wielu zmiennych

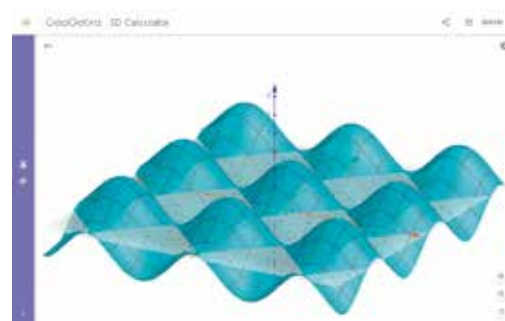
Omawianie teorii funkcji jest w klasie o profilu matematycznym okazją do rozszerzenia pojęcia funkcji $f: R \rightarrow R$ (działającej ze zbioru R w R). Bywa, że uczniowie zadają pytania o możliwość wprowadzenia więcej niż jednej zmiennej we wzorze funkcji. Z sytuacją taką możemy się spotkać przy omawianiu zagadnienia z zakresu modelowania matematycznego, gdy chcemy uzależnić wynik procesu od większej liczby czynników (przykładowo w analizie ryzyka finansowego lub w procesie produkcji). Również nowe podręczniki zawierają (ku memu pozytywnemu zaskoczeniu) zadania o podwyższonym stopniu trudności, w których pojawiają się wielomiany wielu zmiennych.

Zadania te oczywiście poruszają algebraiczny aspekt owego zagadnienia, jednak trudno uniknąć w tym miejscu pytania: „Jak wyglądałby wykres takiej funkcji?”. Po krótkim wstępie teoretycznym, w którym podobnie jak w przypadku ciała liczb zespolonych należy unikać zbytniej szczegółowości, zachowując jednocześnie poprawność merytoryczną, warto przejść do konkretnych przykładów. Z po-

moą nauczycielowi przychodzą w tym miejscu liczne aplikacje i programy, pozwalające na sporządzanie wykresów funkcji wielu zmiennych. Ograniczenie się w tym miejscu do funkcji dwóch zmiennych można oczywiście uznać za wystarczające.

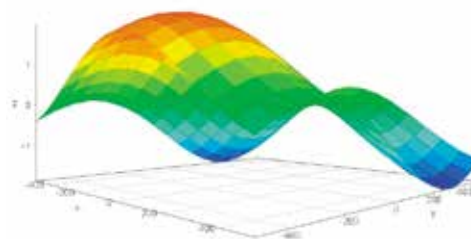
Wykresy wspomnianych funkcji można z powodzeniem rysować za pomocą GeoGebry – darmowej aplikacji matematycznej o bardzo dobrej grafice i dość łatwej obsłudze. Funkcja „3D calculator” pozwala rysować wykresy wspomnianych funkcji, zaś zasób funkcji elementarnych, dostępnych w aplikacji, zaspokoi nawet bardzo wymagające gusta.

Wspomniana powyżej aplikacja jest dostępna pod adresem: <https://www.geogebra.org/3d>.



Rys. 1. Wykres: $f(x,y) = \cos x + \sin y$ w aplikacji GeoGebra.

Inną aplikacją pomocną w omawianiu tego zagadnienia jest dobrze znany matematykom Wolfram Alpha. Atrakcyjna od strony graficznej aplikacja do sporządzania trójwymiarowych wykresów funkcji jest dostępna na stronie: <https://www.wolframalpha.com/input/?i=3d+plot>. Tym, którzy wolą korzystać z polskich stron, można polecić kalkulator graficzny na stronie: https://www.edukator.pl/tik_edukator/3d-surface-plotter/index.html. W tym wypadku należy po wprowadzeniu wzoru i dobraniu zakresu zmiennych ustawić odpowiednią rozdzielczość. Można również dowolnie obracać otrzymany wykres.



Rys. 2. Fragment wykresu $f(x,y) = \sin x + \cos y$ w aplikacji na stronie edukator.pl.



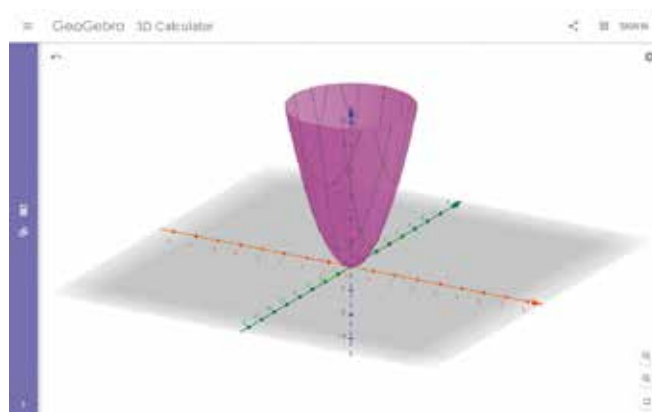
Lekcja, fot. T. Miroshnichenko, www.pexels.com

Przykłady darmowych aplikacji matematycznych można mnożyć. Jest w czym wybierać, w zależności od tego, czego oczekujemy od grafiki, kolorystyki, możliwości oglądania powierzchni pad dowolnym kątem, zmiany linii siatki, jednostek w układzie współrzędnych, czy też możliwości zapisywania naszych wykresów w rozmaitych formatach (również w tym najpopularniejszym formacie pdf).

Kwadryki

Kwadryki, czyli powierzchnie drugiego stopnia, mogą zagościć na naszej lekcji przy okazji omawiania geometrii krzywych stożkowych, a więc paraboli, hiperboli i elipsy. Powierzchnie tego typu mogą pojawić się również w kontekście wykresów funkcji dwóch zmiennych. Przykładowo paraboloida eliptyczna będzie wykresem funkcji wielomianowej dwóch zmiennych, danej wzorem: $f(x,y) = x^2 + y^2$. Wszelakie elipsoidy (rzeczywiste, nierealne, jedno- lub dwupowłokowe), hiperboloidy i paraboloidy mogą się pojawić w uzupełnieniu omawianych tematów. Owe powierzchnie zagościły nawet na kartach nowych podręczników w ramach ciekawostki. Prezentacja tych figur może odbyć się z użyciem omawianym

wcześniej aplikacji internetowych, w szczególności GeoGebry lub Wolfram Alpha.



Rys. 3. Paraboloida eliptyczna $z = x^2 + y^2$ – aplikacja GeoGebra.

To tylko kilka przykładów abstrakcyjnych podróży w świecie matematyki, w które nauczyciel może zabrać swoich uczniów, aby urozmaicić lekcję matematyki. Programy graficzne mogą stanowić doskonałe uzupełnienie zajęć, zaś przemyślane i atrakcyjne przedstawienie pojęć, stanowiących uogólnienie tych, które przedstawione są w programie nauczania, może przyczynić się do pobudzenia zainteresowania uczniów bardziej zaawansowaną formą matematyki. Nauczyciel stoi tylko na początku tej drogi. Jeżeli będzie potrafił rozbudzić naukową ciekawość swoich uczniów, być może niejeden z nich podąży nią dalej i w przyszłości sam zgłębi tajemnice królowej nauk, przekraczając kolejne granice.

Słowa kluczowe: matematyka, geometria, aplikacje matematyczne.

Bibliografia:

- Browkin J.: *Teoria ciał*. Warszawa: PWN, 1978.
- Janowski W., Kaczmarek J.: *Liczby i zmienne zespolone*. Warszawa: WSiP, 1974.
- Stark M.: *Geometria analityczna*. Warszawa: PWN, 1951.

* * *



Damian Cisowski – matematyk, absolwent wydziału Matematyki Fizyki i Chemii Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach, członek Polskiego Towarzystwa Matematycznego, nauczyciel szkół ponadpodstawowych.

Zdalne nauczanie – szanse i wyzwania.

Spojrzenie nauczyciela matematyki

dr Witold Pająk

Nauczanie zdalne postawiło społeczność szkolną w zupełnie nowej sytuacji. Poniższy tekst jest spojrzeniem autora na tę właśnie okoliczność z punktu widzenia nauczyciela liceum.

12 marca 2020 roku uczniowie i nauczyciele dowiedzieli się, że już od następnego dnia nie przychodzą do szkoły i na jakiś czas zostają zawieszone zajęcia szkolne. Młodzi ludzie, jak to oni w takich sytuacjach, zapewne ucieszyli się; każda wolna chwila od szkoły, każdy dodatkowy dzień bez szkoły, bez lekcji, bez zadań domowych jest powodem do radości i ulgi. Ale ten stan nie był chwilowy, uczniowie w mojej szkole (w liceum ogólnokształcącym) nie powrócili do nauki w budynku szkolnym już do końca roku szkolnego. Nawet gdy pojawiła się możliwość konsultacji pod koniec roku szkolnego, to ochota uczniów do skorzystania z nich okazała się śladowa, szczególnie jeśli oceny roczne zostały już zaproponowane.

We wrześniu 2020 roku uczniowie powrócili do szkoły, do nauki stacjonarnej, choć z pewnymi rygorami sanitarnymi. Ten stan jednak zakończył się w połowie października. Do tej pory (luty 2021 rok) cała młodzież licealna zdobywa naukę poprzez nauczanie zdalne. Jest to nowa jakość w polskiej edukacji. Odkąd pamiętam, nie było takiej sytuacji. Dotknęła ona całą społeczność szkolną: uczniów, rodziców, nauczycieli, dyrekcję, nadzór, pedagogów i psychologów, pracowników administracji i obsługi. Szkoła z dnia na dzień stała się pusta, stała się budynkiem bez uczniów, a więc bez tych, dla których została powołana i utworzona. Zapewne każdy się zastanawiał nad swoim losem, skoro tych, dla których mieli pracować, nie było.

Nauczyciele zostali postawieni w zupełnie nowej rzeczywistości; dzisiaj z perspektywy ponad 10 miesięcy widać, jak ogromną i szybką pracę musieli wykonać. Żadne studia w tak krótkim czasie nie przygotowują do tak zaskakujących i nietypo-

wych wyzwań. A nauczyciele, właściwie samotnie, potrafili się w znacznej mierze dostosować, zorganizować, przeorganizować i podjąć jak najbardziej efektywną pracę z uczniami. Nauczanie zdalne to nie tylko problem nauczycieli, dyrekcji czy nadzoru. To również wyzwania dla rodziców i uczniów. Rodzice zostali zobowiązani do zabezpieczenia odpowiednich warunków pracy dla swoich dzieci (komputer lub tablet, cichy kąt w domu, czas na pracę, czas na wspólną rozmowę i czynny odpoczynek choćby poprzez spacer).

Na uczniów także spadły nowe zobowiązania, przede wszystkim w zakresie własnej dojrzałości i odpowiedzialności. Niektórzy z nich (szczególnie starsi) wykorzystują takie warunki dla osiągnięcia pozornie lepszej oceny. I w tym zakresie ta sytuacja powinna wyzwolić u nauczycieli odpowiednie mechanizmy obronne. Chyba najgorszą rzeczą, w moim mniemaniu, byłoby dalsze przyzwalanie takim nieuczciwym praktykom. Po pierwsze należy o tym wyraźnie mówić młodym ludziom, wskazywać, że jest to niewłaściwe postępowanie, nie cieszyć się z pseudozaradności. Następnym krokiem powinna być taka weryfikacja lub sprawdzanie wiedzy, które minimalizują nieuczciwe praktyki, np. sprawdzian indywidualizowany parametrem oznaczającym numer ucznia w dzienniku. Wymaga to oczywiście większej pracy przy poprawianiu, ale chyba świadomość bierności byłaby jeszcze gorsza w skutkach.

Nowa sytuacja pracy zdalnej powinna być wykorzystana do doskonalenia warsztatu pracy oraz metod nauczania i sprawdzania. Jak na razie, bez trudu można znaleźć pomoc techniczną dotyczącą odpowiednich narzędzi informatycznych, uła-

twień w sprawdzianach (np. generatory zadań, notatniki, elektroniczne tablice lekcyjne, sposoby wysyłania i odsyłania prac). Ale trudno znaleźć szkolenie pod hasłem, „jak teraz dobrze uczyć zachowując zasady dydaktyki przedmiotowej”. Wydaje się, że jest to obszar jeszcze czekający na otwarcie, a najszybciej w tym zakresie powinny zaistnieć wyższe uczelnie zajmujące się profesjonalnie kształceniem nauczycieli.

Obecnie sam nauczyciel musi dobrać metody do nowej sytuacji, a przecież musi to robić tu i teraz, nie ma możliwości pełnej weryfikacji, a przynajmniej jest ona długotrwała i z punktu widzenia nauczyciela, niepewna. Jednocześnie w pracy zdalnej straciły także na znaczeniu (przynajmniej w pewnym zakresie) tradycyjne pomoce naukowe (modele brył, plansze, układanki, cyrkiel, klocki, kostki do gry, karty itp.), natomiast znaczenia nabierają środki dydaktyczne działające poprzez przekaz komputerowy, który wymaga „zaprzyżyczenia się” z tym narzędziem; muszą tę przyjaźń odczuwać zarówno nauczyciele, jak i uczniowie. W moim przekonaniu tylko w takich warunkach mogą pojawić się pozytywne i wartościowe efekty nauki zdalnej. W przeciwnym wypadku ktoś będzie odczuwał dyskomfort, zmęczenie, znużenie lub nawet niechęć do nauki.

Sam wykład przez komputer z widniejącym nieruchomym awatarem nauczyciela zanudzi uczniów. Dlatego na ekranie komputera powinno być „dynamicznie”, nauczyciel zapisujący ważniejsze elementy, pokazujący teksty zadań, rozwiązania, korzystający z różnych form pracy. Dodatkowo, jak najczęstsze odwoływanie się do wypowiedzi uczniów. Stosowanie programów komputerowych typu GeoGebra powoduje, że obserwacja ekranu komputera przez uczniów nie jest nużąca i zachęci do pełnego uczestnictwa w lekcji. Także formułowanie pytań powinno być dostosowane do możliwości weryfikacji przez nauczyciela. Jeśli uczący będzie się wypytywać o treści, które bez trudu uczeń odczyta z zeszytu, to już lepiej wprost powiedzieć: „Odczytaj z zeszytu”, a nie zaklinać rzeczywistość.

Porównując moje pierwsze lekcje z wiosny 2020 roku i obecne, zauważam ogromne zmiany. Przykłady:

• **Sposób kontaktu z uczniami.** Prawie każda lekcja obecnie jest online poprzez program MS Teams. Takie narzędzie to wygoda, ale i niebezpieczeństwo (tracimy własne „ja”, anonimowość).

W swojej pracy wykorzystuję to narzędzie wyłącznie do prowadzenia lekcji, nie umieszczam tam zadań, sprawdzianów, notatek itp.

• **Sposób sprawdzania wiedzy uczniów.** Prawie każdy sprawdzian pisemny jest dostosowany do każdego ucznia indywidualnie (poprzez parametryzację zadań uwzględniającą numer ucznia w dzienniku).

Przykładowe zadania z różnych klas licealnych sprawdzające wiedzę uczniów z wykorzystaniem parametru **K** (**K** to numer ucznia z dziennika lekcyjnego).

1. Dane są zbiory:

$A = (-\infty, 0]$, $B = (-2, K)$, $C = \{-2, -1, 0, K\}$
Zaznacz na osi liczbowej zbiory A, B, C.
Następnie opis: $A \cup B$, $A \cap B$, $C \setminus B$, $B \setminus A$, $B \cap C$, $A \cap B \cap C$, A' , B' , C' .

2. Oblicz:

$$\cos(-K \cdot 90^\circ + 150^\circ)$$

3. Rozwiąż równanie:

$$K - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{2}{x^3} + \dots = \frac{4x}{2x+2}.$$

4. Ze zbioru $\{K+1, K+2, \dots, K+8\}$ wybieramy losowo bez zwracania dwie liczby. Jakie jest prawdopodobieństwo, że różnica wylosowanych liczb jest podzielna przez 5?

Stawiam uczniom normalne wymagania. Nikogo nie dziwi, że nauczyciel w szkole wymaga od ucznia linijki, długopisu, zeszytu lub podręcznika. Nie powinno więc dziwić wymaganie mikrofonu, aktywnej obecności, a nie tylko włączania się. Również wykonywanie zadań domowych winno być kontrolowane. Uczniom trzeba stawiać jasne wymagania i pilnować, aby były realizowane. Ponadto, przy poprawianiu prac pisemnych przywołuję często w pamięci, jak wyglądały prace tych samych uczniów w sprawdzianach, które osobiście nadzorowałem w sali lekcyjnej – to jest bardzo cenne źródło informacji umożliwiające ocenę wiarygodności i samodzielności pracy ucznia w domu (np. czy są skreślenia, dziwne i szybkie skróty myślowe, czy jest wystarczająca argumentacja).

• **Praca przygotowawcza w domu.** Niestety prace uczniów sprawdzam także przed monitorem. Zastanawiam się, jak przekazać wiedzę bez po-

mocy „rąk”, „gestów” i nauczycielskiej mowy ciała, bo tego przez komputer w pustej sali nie wyeksponuję. Wykorzystuję program GeoGebra (w stereometrii, w planimetrii, przy różnych zagadnieniach związanych z funkcjami, nierównościami, w trygonometrii itp.), EXCEL (np. w statystyce, przy prezentacji ciągów), wersje elektroniczne podręczników szkolnych, przygotowuję własne materiały w formacie PDF.

• **Konstrukcja lekcji**, w której nie widać reakcji podopiecznych. Dlatego też wyraźnie jest więcej ustnych odpowiedzi, rozmów z uczniami, korzystam z elektronicznej tablicy (Paint z zielonym tłem) w czasie rzeczywistym (wszystko zapisuję na oczach uczniów), korzystam z zasobów internetowych. Jednak to, czego mi osobiście najbardziej brakuje, to uczniów: ich wzroku, ich reakcji na lekcję. Tego nie widzę i nie mam kontroli, nie przywołuję uczniów do porządku, bo nie widzę, co robią, nie mam informacji zwrotnych. Dlatego tak ważna wydaje się forma dialogowa z uczniami, nie tyle: „czy rozumiecie”, „czy jasne”, ale rozmowa i tworzenie nowych treści przy współudziale ucznia. Czy to jest łatwe? Nie, to bardzo trudne, bo informacja zwrotna musi wynikać z naszego wsłuchiwanie się w dźwięk głosu ucznia, w jego pewność lub niepewność, w jego drżenie głosu lub nie. Na lekcji w systemie tradycyjnym te sygnały możemy odbierać poprzez mowę ciała, a w nauczaniu zdalnym tylko poprzez głos. Musimy nauczyć się jeszcze lepiej słuchać ucznia, znajdując się po drugiej stronie ekranu.

Ministerstwo Edukacji i Nauki ograniczyło treści maturalne z matematyki. Ale nie wyeliminowało ich z podstawy programowej. Tak więc, jako nauczyciel, muszę wszystkie zrealizować. Uważam, że nie było potrzeby ograniczania treści maturalnych. Można było raczej ten czas poświęcić na prace nad udoskonalaniem samego systemu przeprowadzania matur. Szkoda że wykorzystując zeszłoroczną zmianę terminu, nie podjęto decyzji o właśnie takim usytuowaniu matur w kalendarzu szkolnym. Czerwiec byłby z wielu powodów bardzo dobrym terminem (np. o wiele mniej zakłócającym pracę szkoły).

Można już teraz zadać kluczowe pytanie: „Czego nas uczy nauczanie zdalne?” Kilka moich przemyśleń. Należy:

1. dostosowywać bądź ulepszać znane środki dydaktyczne do nowych sytuacji;
2. tworzyć i/lub udoskonalać nowe narzędzia informacyjne wspomagające proces dydaktyczny;

3. poznawać nowe narzędzia przekazu informacyjnego;
4. wsłuchiwać się w mowę uczniów;
5. formułować konkretne wymagania wobec uczniów;
6. kontrolować rytmicznie pracę uczniów (samodzielne tworzenie notatek z lekcji, wykonywanie prac domowych);
7. szybko komunikować rodzicom niepokojące zachowania ich dzieci;
8. dbać o własne zdrowie (fizyczne i psychiczne), nie zapominając o wypoczynku od szkoły i komputera.

Nauczanie zdalne pokazuje również, jak ważne jest nauczanie stacjonarne i co się podczas niego realizuje. Jeśli przykładowo, nauczyliśmy uczniów korzystania z tekstu, czytania podręcznika, to teraz ta umiejętność powinna przynieść korzyść. Jeśli wpajaliśmy im zasady uczciwej pracy, to możemy przypuszczać, że teraz choć część z nich właściwie podeszła do nauki. Takie zdarzenie, porównanie dwóch rzeczywistości szkolnych wskazuje na zalety i konieczność edukacyjną nauczania stacjonarnego. Może zatem już teraz należałoby popracować nad coraz bardziej efektywnym sposobem nauczania stacjonarnego. Chyba jako nauczyciele za bardzo przywykliśmy do nauczania stacjonarnego i za bardzo zaczęliśmy go marnotrawić. Nauczanie zdalne pokazało, jak wielką potrzebą jest szanowanie lekcji stacjonarnych, bo nigdy nie wiadomo, kiedy znów się będą odbywały. Dzisiaj nie ma problemu ze zdalnym zwiedzaniem muzeów, z oglądaniem filmów. Gdy młodzi ludzie powrócą do szkół, myślę, że dalej będzie można zwiedzać miasta, muzea zdalnie – może warto to wykorzystać.

To, co do tej pory wydawało się niemożliwe, nagle stało się realne. Czy ktoś z nauczycieli, uczniów, rodziców na początku 2020 roku mógł przewidzieć wiosnę, jesień i zimę, jakie przeżywamy teraz? I może warto doceniać to, co mamy. Doceniać, abyśmy nie musieli się o wartości tego, co mamy, przekonywać dopiero wtedy, gdy to utracimy. Może właśnie to jest największą wartością zaistniałego nauczania zdalnego.

Słowa kluczowe: zdalne nauczanie, matematyka.

* * *

Dr Witold Pająk – nauczyciel w liceum, profesor oświaty, doktor nauk matematycznych, rzeczoznawca MEN.

Zabawa a uczenie się dzieci w wieku przedszkolnym

Izabela Karoń

Zabawa w sposób naturalny jest wykorzystywana jako narzędzie uczenia się dzieci w wieku przedszkolnym. Prowadzi je do wszechstronnego rozwoju.

Wiek przedszkolny to czas, w którym zabawa jest dominującym sposobem przejawiania się wszelkiej aktywności dziecka, wyrażania emocji oraz pragnień. To zarazem najlepsza droga do poznania otaczającego świata ludzi i przedmiotów¹. Dzieci uczą się już w momencie przyjścia na świat. Każdy ich kontakt z ludźmi, roślinami, zwierzętami, techniką to spotkanie ze środowiskiem, w którym żyją. Dzieci w wieku przedszkolnym wyrażają chęć zdobycia wiedzy, ciekawi je świat, który jest motorem ich rozwoju oraz nauki. Chętnie badają żywą i martwą naturę oraz fenomeny, które bacznie obserwują każdego dnia². Uczą się, zbierając doświadczenia „ręką, sercem i głową” poprzez działanie. Obserwują, odkrywają i próbują rozmaitych sposobów zachowania. Im więcej poczucia bezpieczeństwa daje im nauka, tym bardziej czują się one wspierane i intensywniej wypróbowują różne rzeczy. Zastanawiają się, jak one funkcjonują, badają środowisko, by wyciągać na jego temat wnioski. Dzieci dla swoich odkrywczych oraz badawczych działań potrzebują motywującego otoczenia z różnorodnymi bodźcami, ale i dorosłych, którzy będą wspierać ich ciekawość świata³.



Układanie puzzli, fot. I. Karoń.

Zgodnie z rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 roku w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego celem wychowania przedszkolnego jest wsparcie całościowego rozwoju dziecka. Wsparcie to realizowane jest przez proces opieki, wychowania i nauczania – uczenia się, co umożliwia dziecku odkrywanie własnych możliwości, sensu działania oraz gromadzenie doświadczeń na drodze prowadzącej do prawdy, dobra i piękna. W efekcie takiego wsparcia dziecko osiąga dojrzałość do podjęcia nauki na pierwszym etapie edukacji.

Zabawa jako dominująca w programach wychowania przedszkolnego pojmowana jest szeroko, zatem w literaturze uwzględnia się różne typy zabaw: od manipulacyjno-funkcjonalnych poprzez konstrukcyjne, tematyczne, ruchowe i dydaktyczne. W. Okoń zwraca uwagę, że należy mieć na uwadze wielostronny charakter, jaki niewątpliwie ma zabawa, czyli fakt, że zastępuje dzieciom uczenie się, jednocześnie przybliżając je do prawdziwego uczenia się⁴. Zabawa staje się dla dziecka ważną płaszczyzną doświadczania społecznego, dzięki czemu uczy zachowania praw, reguł, uprzejmości, stanowczości oraz buduje charakter człowieka. Zabawa pomaga uczyć się dziecka reagowania na otoczenie, zmianę rodzaju oraz treści wypowiedzi, na zachowanie się odpowiednie do oczekiwań ze strony partnera zabawy.

Dziecko uczy się szybkiego reagowania na zmianę miejsca, sposobu działania, by zabawa się powiodła. Dziecko chcące się bawić musi szybko nauczyć się składania ofert, orientować się w „kompetencjach” innych dzieci w kontekście składania im propozycji ról⁵. W ujęciu W. Okonia uczenie się jest procesem, w którym to na podsta-

wie doświadczenia, poznania, ćwiczenia powstają nowe formy zachowania, działania lub zmieniają się formy wcześniej nabyte⁶. Z kolei I. Adamek poucza, że „(...) uczenie się jest aktywnym procesem, w trakcie którego dochodzi do zmian w mózgu uczącego się”. Stąd zalecenia, aby:

1. szybko i elastycznie uczyć nowych rzeczy;
2. wykorzystywać w pełni rezerwy kreatywności i myślenia;
3. uczyć działania na własną odpowiedzialność oraz przejmowania współodpowiedzialności;
4. rozwijać umiejętność pracy w grupie;
5. wzmacniać krytyczną świadomość;
6. rozwijać integracyjny obraz samego siebie⁷.

Słuszność ma B. Oelszlaeger, która traktuje uczenie się jako jedno z ważnych wyzwań współczesnej edukacji. Zdaniem autorki to umiejętność kluczowa, której kształtowanie już od najmłodszych lat może pomóc dzieciom w kolejnych etapach ich edukacji. Choć wiele jest przemian w systemach i teoriach kształcenia, to koncepcja uczenia się (działania edukacyjnego) mimo coraz to nowych odkryć na gruncie psychologii z powodzeniem może mieć wiele wartościowych zastosowań w praktyce edukacyjnej. Jej użyteczność obserwuje się w integralnym działaniu nauczycieli z uczniami, realizujących wspólnie programy edukacyjne⁸.

B. Oelszlaeger szczegółowo poddała analizie podmiotowe uczenie się dzieci, które ściśle związane jest z samokontrolą oraz samooceną jako specyficzne działania, od których zależy podejmowanie decyzji o sobie samym i przede wszystkim o własnym uczeniu się. Owe decyzje oraz wiążące się z nimi działania prowadzą do zdobywania wiedzy o sobie samym, która ma być w pełni użyteczna we wszelkich działaniach autokreacyjnych. Autorka, zadawszy sobie pytanie: „Jak sprawić, aby dzieci poprzez samokontrolę i samoocenę podejmowały podmiotowe uczenie się?”, szukała odpowiedzi w oparciu o koncepcję W. Kojasa – twórcy spojrzenia na uczenie się przez działanie.

Wspomniana koncepcja opiera się na gruncie prakseologicznym, w związku z tym, kładzie się w niej nacisk na ocenę przebiegu działania i skutku. W. Kojas jest zdania, że „(...) każde działanie wykonuje ktoś, że jest ono związane z wywołaniem zmiany czegoś, że zachodzi w czymś, w jakiś okolicznościach, w jakiś sposób i za pomocą

czegoś; jest podejmowane z jakiegoś powodu (po co?) i prowadzi do uzyskania czegoś”⁹. B. Oelszlaeger wyraźnie akcentuje, że w czasie, gdy to same dzieci stają się twórcami zadań, to w pełni samodzielnie określają cele, środki, metody wraz z warunkami ich realizacji, a nie czynią tego za nich nauczyciele. Podejmowane są więc przez nie decyzje o własnym uczeniu się, co warunkuje „włączenie” przez nich samokontroli i samooceny.

Postawa nauczyciela odnosi się w pełni do wspomaganie, doradzania¹⁰. „Uczenie się jest aktualnie pojmowane jako aktywny, ukierunkowany na cel proces konstruowania przez podmiot wiedzy we własnym umyśle. Regulacja tego procesu polega na sprawowaniu kontroli nad jego treścią, przebiegiem i skutkami (...)”¹¹. Podobnie w zabawie, w trakcie której dzieci samodzielnie badają zjawiska w najbliższym otoczeniu. Jest to dla nich świetna zabawa. Dzięki pomocy dorosłych ich pierwsze naukowe eksperymenty z pewnością mogą okazać się dla dzieci znakomitą zabawą, która przerodzi się w niezwykle fascynującą naukową przygodę.

U podstaw procesu nabywania wiadomości dzieci w wieku przedszkolnym leży bezpośrednie poznawanie rzeczy i zjawisk, jakie występuje w zabawie oraz kontakcie ze środowiskiem przyrodniczo-społecznym. Dużo więcej informacji zdobywają dzieci w zabawach w granie roli dzięki różnorodnym funkcjom, jakie przyjmują. Zatem rola sprzyja uogólnieniu cech i prawideł postępowania tych osób z otoczenia, które szczególnie działają na wyobraźnię dzieci. Jednocześnie, grając rolę kierowcy lub nauczyciela, dziecko znajduje się pod kontrolą rówieśników biorących udział w zabawie, a ci pilnują, by cechy, prawidła przedstawicieli z danego zawodu były przestrzegane. Jest to „wiedza w działaniu”, czynna, gdyż dzieci posługują się nią w konkretnych sytuacjach życiowych¹².

Efektem uczenia się w trakcie zabawy jest rozwijanie zdolności do dokonywania analizy i syntezy, do wykrywania zjawisk dotąd nieznanych dziecku, rozwój procesów umysłowych, jakie wiążą się z obserwowaniem zjawisk, z uwagą i pamięcią, czy z wyobraźnią i różnymi odmianami myślenia. Bez rozwoju powyższych procesów i zdolności dzieci nie byłyby zdolne podjąć naukę w szkole¹³. Dziecko w trakcie zabawy uczy się opanowywania wszelkich czynności z przedmiotami

codziennego użytku z pomocą dorosłych. To ich zadaniem jest dostarczenie wzorca działań, zachęcenie dziecka. Dziecko bacznie obserwuje codzienne zachowania dorosłych, kolejno odtwarzając zademonstrowane przez nich działanie. Rodzice wdrażają swoje dzieci, zastępują jeden przedmiot drugim, wykorzystując do tego zabawki. Sytuacje „na niby” tworzone w zabawie uczą dziecko różnych form zachowań. Zachowanie dziecka w okresie przedszkolnym w trakcie zabawy jest niezależne od aktualnej sytuacji. Potrafi ono oddzielić znaczenie od rzeczywistego przedmiotu, jednak potrzebuje czegoś, na czym może oprzeć oddzielone znaczenie¹⁴.

Nauczyciele celowo wykorzystują zabawę jako narzędzie służące im do wychowywania oraz kształcenia. Zabawa staje się wtedy czynnością w pełni zaplanowaną, uporządkowaną i poza przyjemnością naucza¹⁵. Choć uczenie się poprzez zabawę może być nieświadome, z pewnością prowadzi do trwałych zmian w zachowaniu się dzieci lub przynajmniej do pojawienia się nowych elementów. Te elementy trwałe to głównie zmiany w postawach dzieci, w ich umiejętnościach kierowania innymi, podporządkowania się, współzawodniczenia się i współpracy. To ważne zdaniem W. Okonia efekty uczenia się. Autor podkreśla, że znacznie bardziej wymierne są efekty natury poznawczej, którymi są wiadomości zdobywane podczas zabawy. Należą do nich:

1. wiadomości o ludziach, ich zawodach, obyczajach i zachowaniu,
2. wiadomości o przyrodzie – o zwierzętach, roślinach, pożytkach z nich,
3. drobne utwory literackie, obrazy, filmy i utwory muzyczne.

Zabawa sprzyja odpowiedniej systematyzacji tych wiadomości, ułatwiając tworzenie się struktur¹⁶. W przypadku relacji zabawa–uczenie W. Okoń zwraca uwagę na dwojaką funkcję zabawy. W wieku przedszkolnym, kiedy zabawa zastępuje naukę szkolną, umożliwia uczenie się w atrakcyjny sposób. Okoń, zastanawiając się nad związkiem między bawieniem a uczeniem się, powołał się na oryginalne stanowisko A. Flitera, według którego: „(...) bawiąc się, uczy się dziecko przede wszystkim – bawienia się. Uczy się ono zręczności, sposobów postępowania, technik improwizacji, społecznych układów potrzebnych przy danych sposobach bawienia się”¹⁷. W pierwszych latach życia dziecko nie jest zdolne do świadomego uczenia się, gdyż uczy się w sposób niezamierzony – zdobywając wiadomości i umiejętności. Wiedzę zdobywa w trakcie interesującej je zabawy, jako jej „uboczny” skutek. Przechodzenie dziecka od aktywności zabawowej do uczenia się w pełni zamierzonego następuje stopniowo¹⁸.

Dziecko z natury ciekawe świata z radością uczy się nowych rzeczy i rozwija swe zainteresowania. Poprzez postrzeganie otaczającego go świata z ochotą poznaje to, co jest mu obce¹⁹. Dzieci bawią się z ogromną radością, ich celem nie jest osiągnięcie jakiegoś rezultatu. Dlatego też potrzebne jest im motywujące środowisko, które zachęci je do badania, eksperymentowania. Nie chodzi tu o narzucanie gotowej wiedzy, ale o uczenie się przez samodzielne działanie. Z powodzeniem dzieci same zapoczątkują procesy kształcenia, będą się wzajemnie motywować, wspólnie zastanawiać nad rozwiązaniem jakichś problemów. Dzieci mają wiele pomysłów wtedy, gdy są zachęcane do konkretnej aktywności i nie są im podsuwane gotowe rozwiązania.

Nauka o otaczających nas zjawiskach atmosferycznych takich jak: słońce, deszcz, wiatr, śnieg może przerodzić się w interesującą zabawę. Możemy zbudować wiatromierz, którym zmierzmy siłę wiatru, barometr, dzięki któremu sprawdzimy, jak zmiany ciśnienia powietrza wpływają na balonik, lub wykonamy (z pomocą dorosłych) własną



Eko zabawa matematyczna, fot. I. Karoń.

stację pogodową, dzięki której będzie można zapisywać temperaturę. Zabawy badawcze umożliwiają badanie, odkrywanie świata, zdobywanie nowych wiadomości. Bawiąc się i eksperymentując ze wszystkimi żywiołami takimi jak woda, ogień, ziemia, powietrze, możemy w przyjemny sposób dostarczyć dzieciom fachowych informacji o związkach natury, badać z nimi przyrodę.

Omawiając z dziećmi żywioł, ukochany zwłaszcza przez te młodsze, jakim jest woda, w trakcie zabawy polegającej na testowaniu jej smaku można w zabawie zasygnalizować, jak ważna jest dla ludzi, dlaczego potrzebujemy jej do życia, gdzie występuje. A kiedy spadnie pierwszy śnieg, opowiedzieć dzieciom, jak powstają płatki śniegu i zachęcić do eksperymentowania ze śniegiem, np. w drodze powrotnej ze spaceru zatrzymać się i ulepić bałwana, po czym zabrać go do sali; i skłonić dzieci do zastanowienia się, co się z nim stanie. Ziemia to kolejny żywioł, który można badać wszystkimi zmysłami. W trakcie jej doświadczania dzieci uczą się zarówno szacunku do przyrody, jak i obserwują naturę. Mogą poczuć ziemię na własnej skórze – ugniatać ją, formować z niej różne przedmioty lub po prostu ją powąchać.

Z łatwością możemy wprowadzić dzieci w eksperymentowanie z powietrzem. Należy zacząć od wyjaśnienia dzieciom, jak możemy doświadczyć powietrze, co to jest. Zdobyta wiedzę warto przenieść na wspólną zabawę. By „pokazać” dzieciom powietrze, możemy wykorzystać wiatromierz, który ustawiony za oknem będzie wskazywał, z której strony wieje wiatr. Z młodszymi dziećmi możemy pobawić się chustą, wspólnie wprawianą w ruch na powietrzu.

Kolejnym żywiołem jest ogień. By nauczyć dzieci bezpiecznego obchodzenia się z ogniem, dobrze jest porozmawiać z nimi na ten temat, pokazać, jak groźny jest to żywioł, udzielić wskazówek, jak się z nim obchodzić. W porozumieniu z opiekunami można zorganizować wycieczkę za miasto, podczas której razem rozpalimy ognisko i porozmawiamy o tym żywiole. W przedszkolu można się zabawić w popularną zabawę „ciepło-zimno” – chowając „ognistą kulę”. W zabawie badawczej uczenie się następuje w sposób niezamierzony. Występuje nagromadzenie się nowych doświadczeń, które doskonalą umiejętność posługiwania się nowymi przedmiotami. Pozornie proste pytania: „Dlaczego kamień jest twardy?”,

„Dlaczego chmury są czasem jasne, a czasem ciemne?”, „Skąd się bierze wiatr?” zdumiewają nas dorosłych, dlatego warto wspólnie z dziećmi poszukać na nie odpowiedzi.

Dzieci mają okazję zdobyć wiedzę wynikającą z ich dociekań i doświadczeń, która to składa się z obserwacji, przeżyć. Dzieci pojmują zasady, według których coś funkcjonuje, nawet jeśli nie rozumieją przyczyn. Dysponowanie taką wiedzą jest ważne dla dziecka, gdyż dzięki niej może ono interpretować swoje otoczenie, orientować się w nim, co daje mu poczucie bezpieczeństwa i motywuje do zdobywania kolejnych wiadomości. Oznacza to, że dobrze jest stwarzać dzieciom wiele możliwości obserwowania, badania, odkrywania oraz dokonywania wynalazków²⁰.

Warto jest zatem w codziennej zabawie z dziećmi stosować różne sposoby prowadzące do pobudzania twórczości u dzieci. I. Adamek zalicza do nich:

1. wskazówki słowne mające charakter heurystyczny,
2. pobudzanie do zadawania pytań i formułowania pomysłów, np.:
 - a) Jakie są inne zastosowania?
 - b) Które pomysły można połączyć, by powstało inne rozwiązanie?
 - c) Co by było, gdyby dało się problem, rzecz odwrócić?
 - d) Bez czego można by się obyć?
 - e) Co można zwiększyć lub zmniejszyć?²¹

„Dobre” pytanie jest wręcz zaproszeniem do myślenia, inspiracją, gdyż otwiera różnorodne możliwości działania. Z kolei pytania tak zwane „prawidłowe” mają za zadanie:

1. skupić uwagę, tym samym otworzyć pole do badań, kierując przy tym uwagę na określone szczegóły;
2. wymusić analogię, czyli ułatwić porównywanie obiektów, klasyfikację oraz wprowadzić porządkowanie do obserwacji;
3. domagać się uściślenia znaczenia pojęć;
4. zachęcić do poszukiwania, badania poprzez zaangażowanie uwagi dzieci na otaczających je problemach;
5. pytać o przyczyny, by zastanowić się nad zebranymi przez siebie danymi oraz własnymi odpowiedziami.

Pytania rozwijają myślenie pytającego; są pierwszym krokiem do wystąpienia myślenia intencjonalnego oraz podstawowym składnikiem

uczenia się²². Nauka sprawia dzieciom przyjemność, nowe odkrycia wprawiają je w zachwyt. Dzięki pytaniom zadawanym przez dzieci i odpowiedziom, które szukają, aktywnie sterują swymi procesami nauki i zdobywaniem doświadczeń. Formułowanie pytań i ich zadawanie daje sygnał, że dziecko pragnie zdobyć wiedzę²³. Wszystkie bodźce prowadzące do intensywnego zajmowania się środowiskiem życia, własnym ciałem, prawami natury są drogami do zdobycia wiedzy przez dziecko.

Małe dziecko wyraźnie potrzebuje kontaktu z przedmiotami, które je otaczają. Chce obserwować, podziwiać, badać, rozumieć, wypróbować. Działania te w pełni prowadzą do zdobycia przez dziecko nowej wiedzy. Zwłaszcza w wieku przedszkolnym nauka i zdobywanie wiedzy nie są w pełni narażone na presję osiągniętych wyników i ocenę; toteż uczenie się oznacza coś tajemniczego, zagadkę do odkrycia²⁴.

Słowa kluczowe: zabawa, uczenie się, przedszkole.

Przypisy:

- ¹ M. Zagumny, *Dziecko jest po to, aby się bawić...*, „Edukacja i Dialog” nr 7/2003.
- ² D. Braun, *Badanie i odkrywanie świata z dziećmi*, Kielce 2002, s. 9.
- ³ Tamże, s. 10.
- ⁴ W. Okoń, *Zabawa a rzeczywistość*, Warszawa 1987.
- ⁵ *Encyklopedia pedagogiczna XXI wieku*, T. 7, E. Różyckiej (red.), Warszawa 2008, s. 651.
- ⁶ W. Okoń, dz. cyt., s. 170.
- ⁷ Podaję za I. Adamek, *Uczenie uczenia się – wspieranie edukacyjne ucznia*, I. Adamek, Z. Zbróg (red.), [w:] *Wczesna edukacja dziecka wobec wyzwań współczesności*, Kraków 2011, s. 12.
- ⁸ Podaję za B. Oelszlaeger, *Uczenie się uczniów klas początkowych*, I. Adamek, Z. Zbróg (red.), [w:] *Wczesna edukacja dziecka...*, dz. cyt., s. 21.
- ⁹ B. Oelszlaeger, *Jak uczyć uczenia się? Środki i metody kształcenia samokontroli i samooceny w edukacji wczesnoszkolnej*, Kraków 2007, s. 23.
- ¹⁰ Tamże, s. 25.
- ¹¹ Podaję za E. Czerniawska, *Samoregulacja w uczeniu się – osiągalny cel czy utopia?*, [w:] *Wokół dydaktyki podmiotowej*, W. Kojs (red.), Cieszyn 2003, s. 41–53.
- ¹² W. Okoń, dz. cyt., s. 176–177.
- ¹³ W. Okoń, dz. cyt., s. 178.
- ¹⁴ M. Nerło, *Czemu służy zabawa?*, „Edukacja i Dialog” nr 10/2002.

- ¹⁵ J. Truskołaska J., *Czym jest zabawa?*, „Kwartalnik Pedagogiczny” nr 4/2003.
- ¹⁶ W. Okoń, dz. cyt., s. 175.
- ¹⁷ W. Okoń, dz. cyt., s. 185.
- ¹⁸ Z. Włodarski, A. Matczak, *Wprowadzenie do psychologii. Podręcznik dla nauczycieli*, Warszawa 1992, s. 392.
- ¹⁹ M. Forster, *Badacze zwierząt. Co dzieci chcą wiedzieć?*, Kielce 2006, s. 18–19.
- ²⁰ D. Braun, dz. cyt., s. 15–16.
- ²¹ Podaję za I. Adamek, *Uczenie uczenia się – wspieranie edukacyjne ucznia*, dz. cyt., s. 20.
- ²² Tamże, s. 21.
- ²³ D. Braun, dz. cyt., s. 13–14.
- ²⁴ Tamże, s. 11.

Bibliografia:

- Braun D.: *Badanie i odkrywanie świata z dziećmi*. Kielce: Wydawnictwo „Jedność”, 2002.
- *Encyklopedia pedagogiczna XXI wieku*. T. 7. Red. E. Różycka. Warszawa: Wydawnictwo Akademickie „Żak”, 2008.
- Forster M.: *Badacze zwierząt. Co dzieci chcą wiedzieć?*. Kielce: Wydawnictwo „Jedność”, 2006.
- Nerło M.: *Czemu służy zabawa?*, „Edukacja i Dialog” nr 10/2002.
- Oelszlaeger B.: *Jak uczyć uczenia się? Środki i metody kształcenia samokontroli i samooceny w edukacji wczesnoszkolnej*. Kraków: Oficyna wydawnicza „Impuls”, 2007.
- Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 roku w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej... (Dz. U. 2017 poz. 356 oraz Dz. U. 2018 poz. 1679).
- Truskołaska J.: *Czym jest zabawa?*, „Kwartalnik Pedagogiczny” nr 4/2003.
- *Wczesna edukacja dziecka wobec wyzwań współczesności*. Red. I. Adamek, Z. Zbróg. Kraków: Wydawnictwo Libron, 2011.
- Włodarski Z., Matczak A.: *Wprowadzenie do psychologii. Podręcznik dla nauczycieli*. Warszawa: WSiP, 1992.
- *Wokół dydaktyki podmiotowej*. Red. W. Kojsa. Cieszyn: Uniwersytet Śląski Filia w Cieszynie, 2003.
- Zagumny M.: *Dziecko jest po to, aby się bawić...*, „Edukacja i Dialog” nr 7/2003.

* * *



Izabela Karoń – dyplomowany pedagog, magister edukacji wczesnoszkolnej i przedszkolnej z terapią pedagogiczną. Nauczyciel mianowany w Samorządowym Przedszkolu nr 62 „Radosna Kraina” w Krakowie.

Wykorzystanie okazji naturalnych w edukacji matematycznej dzieci w wieku przedszkolnym i wczesnoszkolnym

Beata Jagła

Świat przyrody jest dziecku bardzo bliski. Dziecko obcuje z naturalnym środowiskiem od najmłodszych lat. Poznaje otaczającą przyrodę, uczy się dostrzegać jej piękno, kształtując swoją wrażliwość estetyczną. Z okazami naturalnymi ze świata przyrody dzieci spotykają się na co dzień, mając z nimi bezpośredni kontakt. Warto wykorzystywać je jako środki, pomoce do zadań, ćwiczeń i zabaw w edukacji przedszkolnej i wczesnoszkolnej.

Bezpośredni kontakt z materiałem przyrodniczym jest okazją do rozwoju u dzieci spontanicznych działań, pomysłów, inwencji twórczych. Różnego rodzaju eksponaty z naturalnego środowiska warto wykorzystywać także w matematycznej edukacji najmłodszych. Doskonale spełnią funkcję konkretnych niezbędnych we wszelkich działaniach matematycznych dzieci. Atutem jest też ich różnorodność i łatwość dostępu. Należy zaangażować dzieci do wspólnego gromadzenia materiałów przyrodniczych, które będą wykorzystane podczas zajęć.

Poniżej przedstawiam własne propozycje ćwiczeń, zadań i zabaw z wykorzystaniem różnych naturalnych eksponatów z najbliższego otoczenia dziecka. Cel główny to wprowadzanie i kształtowanie pojęć matematycznych w edukacji przedszkolnej i wczesnoszkolnej z wykorzystaniem naturalnych okazji. Cele szczegółowe: rozwijanie twórczego podejścia do edukacji matematycznej; rozwijanie umiejętności matematycznych poprzez zabawę; bezpośredni kontakt ze światem przyrody; wyzwalanie kreatywności, zaangażowania dzieci; uczenie współpracy i współdziałania w grupie; czerpanie radości ze wspólnego działania i pracy.

Klasyfikowanie

W sali zgromadzone są kosze z warzywami. Warto zadbać o dużą liczbę i różnorodność warzyw, łącznie z dużymi okazami jak dynia, cukinia, kaba-

czek. Najpierw dzieci oglądają warzywa, nazywają je. Na początek proponuję zabawę w zgadywanie, o jakim warzywie mówię. Dzieci zamykają oczy, a nauczyciel wybiera jeden eksponat i o nim opowiada, podając jego cechy, mówiąc np. „Jestem czerwony i okrągły”. Nie należy podawać zbyt wielu cech, aby nie ułatwiać dzieciom odgadywania. Potem rolę nauczyciela może przejąć chętny uczeń. Po zabawie nauczyciel wyciąga z koszy wybrane warzywo, a dzieci podają jego cechy, np. mały, duży, długi, krótki, okrągły, podłużny, mówią również o kolorach. Następnie prowadzący prosi dzieci, aby posegregowały warzywa według konkretnej cechy, prosi np., by do zielonego pudełka włożyły wszystkie małe warzywa, do niebieskiego podłużne itd.

Kolejny przykład to ćwiczenie z kamyczkami. Nauczyciel wspólnie z dziećmi gromadzi kamienie otoczaki różnej wielkości. Dzieci po obejrzeniu kamieni otrzymują po kilka okazów i szeregują je od najmniejszego do największego. W wersji trudniejszej: od największego do najmniejszego. Zadanie mogą wykonywać również małe grupy. W następnym zadaniu porządkują otoczaki według wielkości: małe, średnie, duże. Przeliczają je i porównują liczebność zbiorów: których kamieni jest więcej, których mniej.

Porównywanie elementów

Dzieci podzielone na małe grupy dwu-, trzyosobowe otrzymują po dwa koszyczki/pudełka.

W jednym znajdują się kasztany, a w drugim żółędzie. Nauczyciel prosi, aby dzieci sprawdziły, których darów jesieni jest więcej. Dzieci układają je obok siebie, przyporządkowując kasztan do żółędzia. Następnie podają, który element pozostał sam. Zadanie można wykorzystać również do ćwiczeń w przeliczaniu elementów.

Kształtowanie umiejętności liczenia i dodawania

Układanie i rozwiązywanie zadań arytmetycznych. Na stole leżą owoce. Nauczyciel zaczyna opowiadanie. Do ugotowania kompotu mama wzięła 7 śliwek, 2 jabłka i 1 gruszkę. Dzieci wkładają podane owoce do pojemnika zgodnie z podaną przez nauczyciela liczbą. Nauczyciel prosi: „Policzcie, ile owoców mama wzięła do ugotowania kompotu”. Po policzeniu owoców dzieci układają działanie z wykorzystaniem kartoników z liczbami i znakami matematycznymi. Następnie podają odpowiedź sformułowaną całym zdaniem.

Kształtowanie pojęcia para

Pierwsze zadanie: Dzieci otrzymują pudełeczka z kasztanami i układają je obok siebie, łącząc je po dwa. Sprawdzają, czy wszystkie kasztany udało się połączyć, czy któryś z elementów pozostał pojedynczy. Następnie dzieci liczą utworzone przez siebie pary. Inne zadanie: Dzieci otrzymują dwa pudełeczka, w jednym znajdują się żółędzie, a w drugim liście dębu. Zadaniem dzieci jest ułożenie obok siebie żółędzia i liścia dębu, a następnie sprawdzenie, czy wszystkie elementy zostały w ten sposób połączone. Następnie przeliczają utworzone pary. Na podstawie wykonanego zadania nauczyciel tłumaczy pojęcie pary.

Wprowadzenie i rozumienie pojęcia rytmu, dostrzeganie regularności

Nauczyciel wspólnie z dziećmi gromadzi: owoce, warzywa, kasztany, żółędzie, szyszki orzechy, kamyki, muszelki itd. Dzieci oglądają eksponaty. Nauczyciel układa rytm, np. owocowy, na początku bardzo prosty. Upewnia się, czy dzieci widzą zasadę powtarzania się elementów. Następnie nauczyciel układa kolejny rytm o większym stopniu trudności, np. dwa jabłka, gruszka, śliwka. Dzieci obserwują nową zasadę i kontynuują układanie wzoru. W dalszej części dzieci podzielone na małe grupy układają własne rytmy ze zgromadzonych

eksponatów. Nauczyciel czuwa nad poprawnością wykonywania zadań. Następnie dzieci oglądają przygotowane wzory przez poszczególne grupy. Swobodnie wypowiadają się, który podobają im się najbardziej. Zadanie kolejne: W ułożonym przez nauczyciela rytmie są zostawione wolne miejsca. Zadaniem dzieci jest uzupełnić rytm odpowiednimi, brakującymi elementami.

Wprowadzenie i rozumienie pojęcia symetria

Na początku nauczyciel pokazuje dzieciom kolorową sylwetkę motyla, np. rusałkę pawik, i zwraca uwagę na jednakowe rozłożenie wzorów, kolorów na skrzydłach po obydwu stronach. Można pokazać też duże zdjęcie pszczoły lub lwiej głowy. Następnie prowadzący pokazuje dzieciom liść klonu. Składając liść na pół, zwraca uwagę, że połówki pokryły się ze sobą.

Dla lepszego zrozumienia pojęcia symetrii nauczyciel proponuje dzieciom proste ćwiczenie. Prosi o złożenie kartki papieru na pół i wycięcie dowolnego kształtu (np. liścia, motyla, owocu, serduszka), zwracając uwagę na odpowiednie miejsce cięcia. Dziecko musi cały czas trzymać kartkę w ręce podczas wycinania. Po wycięciu różnych kształtów dzieci oglądają je i porównują stronę lewą i prawą. Następnie ozdabiają wycinanki wzorami według własnych pomysłów z zastosowaniem zasady symetrii.

W kolejnym etapie dzieci korzystają ze zgromadzonego materiału przyrodniczego: szyszek, kasztanów, żółędzi, muszelek, kamyków itd. Zadanie polega na ułożeniu wzoru z zastosowaniem symetrii. Przy tym zadaniu dzieci mogą pracować również w małych grupach. Następnie przychodzi czas na wspólne podziwianie przygotowanych wzorów. Na podstawie przeprowadzonych ćwiczeń nauczyciel wyjaśnia pojęcie symetrii i osi symetrii. Tłumaczy, co to znaczy, że coś jest symetryczne.

Słowa kluczowe: okazy naturalne, edukacja matematyczna przedszkolna i wczesnoszkolna.

* * *



Beata Jagła – nauczycielka edukacji wczesnoszkolnej w Szkole Podstawowej w Maciejowicach. Praca z dziećmi to jej pasja. Lubi podróże, muzykę. Interesuje się światem przyrody i architekturą ogrodów.

Zagrajmy w MATEMATYKĘ...

Dorota Długosz

Gamifikacja na lekcjach matematyki, czyli jak sprawić, by uczniowie potraktowali naukę matematyki jak fascynującą przygodę.

W grudniu 2020 roku odbyła się konferencja pt. „Zagrajmy w MATEMATYKĘ, czyli o gamifikacji na lekcjach matematyki”, zorganizowana przez MCDN Ośrodek w Oświęcimiu. Na konferencji doświadczeniem w tym zakresie podzieliły się z nauczycielami: Joanna Świercz, Agnieszka Makowczyńska, Halina Pulchny i Gabriela Dolińska. Prelegentki zaprezentowały praktyczne rozwiązania dotyczące gamifikacji w nauczaniu zdalnym, jak i bezpośrednim. Gry dydaktyczne na lekcjach matematyki nie są nowością, ale zdalna edukacja wymusiła na nauczycielach przebudowanie modelu, który był stosowany przed pandemią.

W swoim wystąpieniu Halina Pulchny przypomniała cykliczny konkurs *Matematyczny CZAR PAR*, który zrodził się z potrzeby serca 26 lat temu. W ramach pracy zespołu nauczycieli matematyki przydzielono młodym, pełnym pasji i zaangażowania nauczycielkom zadanie zorganizowania sobotnich warsztatów matematycznych dla uczniów klas 5–6 szkoły podstawowej.

W grach istnieje potencjał, który w edukacji dzieci można wykorzystać jak najbardziej pozytywnie. W obecnej sytuacji musimy szukać innych rozwiązań, które będą spełniać narzucony reżim sanitarny. Jednym z nich jest wprowadzenie do codziennej praktyki szkolnej gamifikacji. Gamifikacja to nic innego jak wykorzystanie mechanizmów gier, co ważne, nie tylko internetowych, ale również planszowych lub sportowych. Umiejętności, które pomoże rozwinąć gamifikacja, są zapisane w preambule podstawy programowej nauczania ogólnego dla szkoły podstawowej.

Agnieszka Makowczyńska zapoznała uczestników konferencji ze scenariuszami rozwiązań dydaktycznych, które stosuje od dawna w swojej pracy. Podzieliła się również spostrzeżeniami o trudnościach, na jakie natrafiła, gdy wprowadziła tę metodę do stałej praktyki dydaktycznej. Co

się udało, a co nie? A. Makowczyńska podkreśliła zalety gamifikacji.

Grywalizacja to również sposób na przekonanie dzieci, że uczenie się wcale nie musi być nudne i może im sprawiać przyjemność, rozbudzać emocje. Do takiej konkluzji prowadziła wypowiedź Joanny Świercz, która zaprezentowała swoje rozwiązania adresowane do starszych uczniów szkoły podstawowej. Przedstawiła praktyczne rozwiązania z wykorzystaniem narzędzi IT. Joanna Świercz wykorzystuje w pracy z uczniami mechanizmy takich gier jak bingo, podchody.

Program konferencji w temacie gamifikacji nie byłby kompletny, jeśli nie byłoby nim mowy o *escape roomie*. Jest to temat szczególnie bliski Gabrieli Dolińskiej – doradcy metodycznemu nauczania matematyki. Pani Dolińska „zabrała” uczestników na Wyspę Piratów, gdzie poszukiwali skarbu na podstawie zaszyfrowanych wiadomości. Autorka wskazała nauczycielom korzyści płynące z wykorzystywania szyfrowania przy kształtowaniu najważniejszych umiejętności rozwijanych w ramach kształcenia ogólnego w szkole podstawowej. Zaprezentowała zasady tworzenia gry typu *escape room*.

Zdalna nauka jest szansą, by przebudować nasze spojrzenie na rolę nauczyciela i rolę ucznia. W XXI wieku nauczyciel nie jest już jedynym źródłem wiedzy, ale jego rola jako organizującego proces uczenia i uczenia się jest bardzo ważna. Nauczyciel z osoby przekazującej wiedzę przejmuje rolę wspierającą – doradcy, trenera, przewodnika, organizatora uczenia się.

Słowa kluczowe: gamifikacja lekcji matematyki.

* * *

Dorota Długosz – nauczyciel matematyki z 38-letnim stażem pedagogicznym, była doradcą metodycznym, drugi rok pracuje jako nauczyciel konsultant w MCDN Ośrodek w Oświęcimiu.

Przyroda i Krakowska Matematyka

Teresa Sklepek

Krakowska Matematyka to konkurs matematyczny dla klas 4, 5, 6 szkół podstawowych województwa małopolskiego, organizowany od 2006 roku przez Oddział Krakowski Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki.

W zadaniach konkursowych często pojawia się tematyka przyrodnicza. Być może część uczniów właśnie dlatego lubi ten konkurs. Wykorzystywane informacje przyrodnicze podane są w treści, podobnie jak w podręcznikach matematyki. Przedstawiam kilka zadań z ubiegłych lat.

Zad. 1. Szlak Orlich Gniazd został wytyczony po raz pierwszy w 1930 roku. Jego długość wyrażona w kilometrach jest równa iloczynowi liczb 186 i 3 pomniejszonemu o różnicę liczb 403 i 8. Jaką długość ma szlak Orlich Gniazd?

Zadanie to sprawdza znajomość terminów iloczyn i różnica oraz sprawność rachunkową.

Mając dane w tabelce, można ułożyć zadania dotyczące porównywania i porządkowania liczb, działań na liczbach, zamiany jednostek, jeśli byłyby różne.

Zad. 2. W tej tabelce podane są długości siedmiu najdłuższych jaskiń Jury Krakowsko-Wieluńskiej. Korzystając z tych informacji, rozwiąż zadania A, B i C.

Brzozowa	Koralowa	Piętrowa Szczelina	Pod Skipirzepą
645 m	375 m	400 m	450 m

Szachownica	Twardowskiego	Wierna	Wierchow-ska Górna
600 m	430 m	1027 m	975 m

A. Jaskinia Twardowskiego jest krótsza od najdłuższej jaskini Jury o:

- a) 732 m b) 597 m c) 593 m d) 545 m

B. Jaskinia Koralowa w porównaniu z Jaskinią Wierną jest:

- a) niecałe 2 razy krótsza
b) niecałe 4 razy krótsza
c) niecałe 3 razy krótsza
d) niecałe 652 razy krótsza

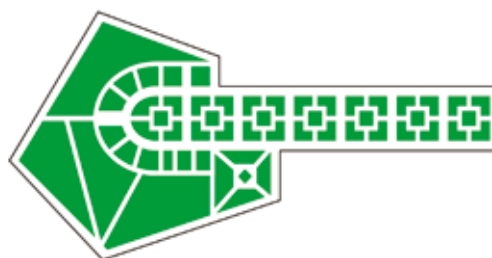
C. Wśród wymienionych jaskiń najmniejsza różnica długości jest między jaskiniami:

- a) Koralową a Piętrową Szczeliną
b) Piętrową Szczeliną a Twardowskiego
c) Wierną a Wierchow-ską Górną
d) Pod Skipirzepą a Twardowskiego

W jednym z zadań został wykorzystany plan ogrodów włoskich w Pieskowej Skale.

Zad. 3. Na rysunku klomby mają różne kształty. Ile z nich ma kształt prostokąta?

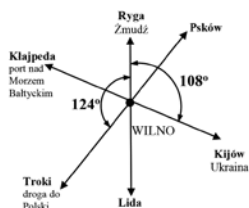
- a) 15 b) 13 c) 12 d) 3



Do tego rysunku można zadać inne pytania. Jakim wielokątem jest obrys rysunku? Ile ma ten wielokąt kątów prostych, a ile rozwartych? Ile jest par boków równoległych, a ile prostopadłych do jednego z wybranych odcinków? Czy wszystkie zielone figury są wielokątami?

Zad. 4. W XIV wieku Wielkie Księstwo Litewskie obejmowało znaczne obszary Rusi. Poniżej na-

rysowane są schematyczne drogi wychodzące z Wilna do ważnych ośrodków Księstwa. Podane są również miary dwóch kątów. Jaka jest miara kąta pomiędzy drogami do Trok i do Kłajpedy?



- a) 52° b) 53° c) 54° d) 56°

Można zapytać o kąty ostre, rozwarte lub wierzchołkowe. Wiadomości o kątach oraz obwodzie sprawdzane są w zadaniu z trapezem.

Zad. 5. Na Uniwersytecie Rolniczym w Krakowie studenci projektowali trawniki ze ścieżkami. Jeden z rysunków przedstawiał trapez równoramienny. Przekątna dzieliła kąt ostry trapezu na połowy. Dłuższa podstawa trapezu miała długość 20 cm, jego obwód był równy 62 cm. Wykonaj rysunek pomocniczy. Oblicz długości pozostałych boków trapezu. Zapisz obliczenia i odpowiedź.

Złota rybka też się przydała. Pływała w prostokątnym akwarium i trzeba było ją nakarmić.

Zad. 6. W sali przyrodniczej jest prostopadłościennne akwarium, w którym pływa złota rybka. Suma długości wszystkich krawędzi tego akwarium wynosi 216 cm. Długości dwóch jego krawędzi wychodzących z tego samego wierzchołka wynoszą odpowiednio: 24 cm i 16 cm. Jaką długość ma trzecia krawędź akwarium wychodząca z tego samego wierzchołka? Zapisz obliczenia.

Zad. 7. Pół puszki pokarmu dla rybek kosztuje o 6 złotych więcej niż ćwierć puszki tego pokarmu. Ile kosztuje cała puszka pokarmu? Zapisz obliczenia.

Złota rybka chyba nie pływa w Wiśle. Można złowić większą rybę i porównać jej długość z szerokością Wisły.

Zad. 8. Pan Paweł złowił pod Wawelem suma o długości 180 cm. Wisła ma w tym miejscu

6000 cm szerokości. Która z wypowiedzi pana Pawła jest prawdziwa?

- A) Złowiłem suma, który ma prawie dwa metry długości.
B) Wisła pod Wawelem jest dziesięć razy szersza, niż mój sum ma długości.
C) Wisła pod Wawelem ma szerokość większą niż kilometr.
D) Złowiłem suma o pięćdziesiąt metrów krótszego niż szerokość Wisły pod Wawelem.

Zadania dotyczące Wisły pojawiły się w roku 2017, który został ustanowiony przez Sejm Rzeki Wisły. Poniższe zadanie sprawdzało znajomość obliczania średniej arytmetycznej.

Zad. 9. Stacje hydrologiczne stale monitorują poziom wód w rzekach. Co godzinę sprawdzana jest wysokość poziomu Wisły w Krakowie – Bielanach. W ciągu kolejnych pomiarów odnotowano następujące wyniki: 140 cm, 144 cm, 146 cm i dwukrotnie 145 cm. Jaki był średni poziom Wisły na Bielanach w tych pomiarach?

- A) 142 cm B) 143 cm C) 144 cm D) 145 cm

Inne „wiślane” zadania można znaleźć w archiwum z poprzednich edycji na stronie konkursu www.krakowskamatematyka.malopolska.pl.

Młodzi ludzie coraz mniej wiedzą o otaczającej ich przyrodzie. Na pierwszym egzaminie gimnazjalnym pytanie z biologii, w którym uczeń na podstawie rysunku gałązek drzew z szyszkami powinien rozpoznać jodłę, sprawiło dużo kłopotu. Warto więc zachęcać do rozwiązywania i układania zadań związanych z przyrodą. Uczniowie mogą do danego tematu poszukać wiadomości w Internecie, książkach z własnej lub szkolnej biblioteki i ułożyć swoje zadania.

Zadania zamieszczone w artykule pochodzą z poprzednich edycji konkursu Krakowska Matematyka i można je znaleźć na stronie www.krakowskamatematyka.malopolska.pl. Zadania zostały ułożone przez nauczycieli – organizatorów konkursu.

* * *

Teresa Skleppek – nauczycielka w Szkole Podstawowej nr 64 w Krakowie. Od wielu lat członek Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki.

Osiągnięcia matematyczne uczniów pod lupą psychologa

Halina Pulchny

Żaden inny przedmiot szkolny nie wzbudza takich kontrowersji jak matematyka. Czy każdy może się nauczyć matematyki? W jaki sposób powinna być nauczana? Jakie kompetencje powinien mieć nauczyciel matematyki? Co determinuje sukcesy i porażki w matematyce?

Odpowiedzi na te i podobne pytania znajdziemy w książce Moniki Szczygieł pt. *Sukcesy i porażki w uczeniu się matematyki. Uwarunkowania osiągnięć matematycznych uczniów edukacji wczesnoszkolnej*, Wydawnictwo LIBRON – Filip Lohner, Kraków 2020. Monika Szczygieł jest psychologiem i pedagogiem, adiunktem w Instytucie Psychologii Uniwersytetu Pedagogicznego w Krakowie. Jej zainteresowania dotyczą możliwości wspierania procesu uczenia się i psychologicznych predyktorów osiągnięć matematycznych u dzieci w wieku przedszkolnym i wczesnoszkolnym.

Dlaczego warto sięgnąć po tę książkę?

Wczesne osiągnięcia matematyczne dzieci determinują późniejsze wyniki w nauce matematyki. Jeśli dzieci już na początku szkoły źle radzą sobie z matematyką, to bardzo prawdopodobne, że również w kolejnych klasach będą miały problemy z jej opanowaniem. Zastosowanie odpowiednich interwencji psychologiczno-pedago-

gicznych w stosunku do uczniów z problemami w nauce matematyki wymaga jednak zdiagnozowania czynników odpowiedzialnych za pojawiające się trudności. Wiedza na temat rozwoju poznawczego, emocjonalnego i społecznego dziecka pozwoli lepiej zrozumieć i wyjaśnić różne zależności między czynnikami indywidualnymi i środowiskowymi mającymi znaczenie w rozwoju umiejętności matematycznych dzieci.

Jaki był nadrzędny cel projektu badawczego?

Nadrzędnym celem badania było określenie, czy czynniki indywidualne (takie jak płeć, poziom inteligencji, sprawność pamięci roboczej, sprawność zmysłu liczby oraz poziom lęku przed matematyką dzieci) oraz czynniki środowiskowe (takie jak poziom lęku przed matematyką i postawy wobec matematyki rodziców oraz nauczycieli, status społeczno-ekonomiczny rodzin) determinują poziom osiągnięć matematycznych uczniów.

Jakie motywy kierowały Autorką przy podjęciu badań?

Zmysł liczby odgrywa ważną rolę w wyjaśnianiu różnic w poziomie osiągnięć matematycznych dzieci, dlatego wiedza na temat charakterystyki sprawności zmysłu liczby dzieci pozwala wyjaśnić różnice w poziomie wykonania zadań matematycznych przez uczniów. Wielu badaczy postuluje, że nauczyciele praktycy często odznaczają się silnym lękiem przed matematyką i negatywną postawą wobec matematyki, co z kolei ma znaczenie w wyjaśnianiu poziomu osiągnięć matematycznych uczniów. Dla Autorki ważne było przyjrzenie



Okładka książki M. Szczygieł.

się, czy w rzeczywistości tak jest. Z drugiej strony badania przedstawiające charakterystykę poziomu lęku przed matematyką i postaw wobec matematyki rodziców dzieci w wieku wczesnoszkolnym są bardzo rzadkie. Zapełnienie tej luki było istotne, ponieważ zachowania rodziców mają bardzo duże znaczenie w kształtowaniu postaw dzieci w stosunku do obowiązku szkolnego i zadań z niego wynikających.

Jakie czynniki, zdaniem Autorki, wpływają na osiągnięcia matematyczne dzieci w wieku wczesnoszkolnym?

M. Szczygiel zaprezentowała psychologiczne i pedagogiczne klasyfikacje uwarunkowań osiągnięć szkolnych, w tym matematycznych. Dokonała wnikliwej charakterystyki rozwoju poznawczego, emocjonalnego i społecznego oraz rozwoju umiejętności matematycznych dzieci w wieku wczesnoszkolnym. Przedstawione aspekty rozwojowe stanowiły punkt wyjścia dla zrozumienia indywidualnych i środowiskowych czynników mających znaczenie dla osiągnięć szkolnych dzieci w tym wieku. Przybliżyła też znaczenie płci, inteligencji, pamięci roboczej, zmysłu liczby i lęku przed matematyką dzieci w wieku wczesnoszkolnym. Szczegółowo omówiła znaczenie statusu społeczno-ekonomicznego rodziny, lęku przed matematyką oraz postaw wobec matematyki rodziców i nauczycieli.

Jak liczna grupa respondentów wzięła udział w badaniach?

W badaniu wzięło udział 241 dzieci z dziewięciu publicznych szkół podstawowych w Krakowie. W badaniu uczestniczyło prawie dwa razy więcej uczniów z klas drugich i trzecich niż z klas pierwszych. Zaobserwowano niewielką przewagę liczebną dziewcząt nad chłopcami w klasach drugich i trzecich, natomiast w klasach pierwszych nie było różnic w liczbie dzieci pod względem płci. W badaniu wzięło udział 227 rodziców. Kwestionariusze zostały wypełnione przez 30 nauczycieli wychowawców.

Jakie umiejętności matematyczne poddano badaniu?

W zadaniach sprawdzano umiejętności praktycznego zastosowania wiedzy matematycznej w następujących obszarach: klasa 1 – znajomość cyfr, liczenie, dodawanie i odejmowanie, umiejętność

odkrycia reguł, znajomość nominałów, znajomość figur geometrycznych, umiejętność pomiaru; klasa 2 – dodawanie i odejmowanie, mnożenie i dzielenie, umiejętność pomiaru, orientacja przestrzenna, umiejętność odkrycia reguł, umiejętność określenia czasu na podstawie zegara; klasa 3 – dodawanie i odejmowanie, mnożenie i dzielenie, umiejętność pomiaru, umiejętność odkrycia reguł, umiejętność określenia czasu na podstawie zegara, umiejętność datowania i znajomość nominałów.

Jakie wnioski do pracy z uczniami sformułowała Autorka na podstawie uzyskanych wyników badań własnych?

Odpowiedź na to pytanie znajdziemy po wnikliwej analizie rozdziałów od szóstego do dziewiątego. Zawierają one opis wyników badań własnych wraz z ich dyskusją i sformułowanymi wnioskami oraz implikacjami dla edukacji w kolejności zgodnej z przedstawionymi w książce pytaniami badawczymi. Zakończenie książki stanowi refleksyjne podsumowanie najważniejszych wyników badań dotyczących uwarunkowań osiągnięć matematycznych dzieci w wieku wczesnoszkolnym.

Komu poleciłabym tę książkę?

Szerokiemu gronu osób zainteresowanych tematem edukacji matematycznej: nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej i matematyki, studentów psychologii, pedagogiki i matematyki, pracowników poradni psychologiczno-pedagogicznej.

Jakie są główne zalety książki?

Monika Szczygiel w swojej pracy podjęła udaną próbę całościowego ujęcia problemu wyznaczników osiągnięć matematycznych uczniów w wieku wczesnoszkolnym. Uwzględniając w badaniach projektowych równolegle dane o uczniach ich rodzicach oraz nauczycielach, w sposób holistyczny, integralny i spójny zaprezentowała ciekawe odpowiedzi na postawione pytania badawcze.

Życzę zatem owocnej lektury oraz konstruktywnych przemyśleń.

Słowa kluczowe: projekt badawczy, edukacja matematyczna, osiągnięcia uczniów.

* * *

Halina Pulchny – nauczyciel konsultant ds. matematyki MCDN Ośrodek w Krakowie.

Zapraszamy do korzystania z oferty edukacyjnej Małopolskiego Centrum Doskonalenia Nauczycieli

www.mcdn.edu.pl

MAŁOPOLSKIE CENTRUM DOSKONALENIA NAUCZYCIELI

ul. Lubelska 23, 30-003 Kraków

tel. + 48 12 623 76 46, + 48 12 623 76 56; fax + 48 12 623 77 41

www.mcdn.edu.pl

e-mail: biuro@mcdn.edu.pl

Ośrodek w Krakowie

ul. Garbarska 1, 31-131 Kraków

tel. + 48 12 422 14 49, +48 12 422 86 13 w. 35; fax +48 12 261 31 60

www.krakow.mcdn.edu.pl

e-mail: bok.krakow@mcdn.edu.pl

BIURO OBSŁUGI KLIENTA: tel.: +48 12 422 14 49; tel. kom. 513 042 381

Ośrodek w Nowym Sączu

ul. Jagiellońska 61, 33-300 Nowy Sącz

tel. +48 18 443 71 72, + 48 18 443 80 81 w. 23

tel./fax +48 18 443 71 72 w. 18

www.nowysacz.mcdn.edu.pl

e-mail: bok.nowysacz@mcdn.edu.pl

BIURO OBSŁUGI KLIENTA: tel.: +48 18 443 71 72 w. 25; tel. kom. 513 042 386

Ośrodek w Oświęcimiu

ul. Bema 4, 32-600 Oświęcim

tel. +48 33 844 43 14; fax +48 33 844 42 93

www.oswiecim.mcdn.edu.pl

e-mail: bok.oswiecim@mcdn.edu.pl

BIURO OBSŁUGI KLIENTA: tel.: +48 33 844 43 14 w. 33; tel. kom. 513 042 427

Ośrodek w Tarnowie

ul. Nowy Świat 30, 33-100 Tarnów

tel. +48 14 688 88 10, fax +48 14 688 88 11

www.tarnow.mcdn.edu.pl

e-mail: bok.tarnow@mcdn.edu.pl

BIURO OBSŁUGI KLIENTA: tel.: +48 14 688 88 10 w. 118; tel. kom. 513 042 389

